



ТРУДЫ
XIII
МЕЖДУНАРОДНОГО
КОНГРЕССА
ПО ИСТОРИИ НАУКИ

СЕКЦИИ III, IV

ACTES

SECTIONS III, IV

PROCEEDINGS

SECTIONS III, IV

BEITRÄGE

SECTIONEN III, IV



**ТРУДЫ XIII МЕЖДУНАРОДНОГО КОНГРЕССА
ПО ИСТОРИИ НАУКИ**

МОСКВА, 18-24 АВГУСТА, 1971 г.

**ACTES du XIII^e CONGRES INTERNATIONAL
D'HISTOIRE DES SCIENCES**

MOSCOU, 18-24 AOÛT, 1971

**PROCEEDINGS of XIIIth INTERNATIONAL
CONGRESS
OF THE HISTORY OF SCIENCE**

MOSCOW, AUGUST 18-24, 1971

**BEITRÄGE zum XIII INTERNATIONALEN
KONGRESS FÜR GESCHICHTE
DER WISSENSCHAFT**

Moskau, 18-24 AUGUST, 1971

БЮРО ОРГАНИЗАЦИОННОГО КОМИТЕТА

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

академик Б. М. КЕДРОВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ:

доктор физико-математических наук А. Т. ГРИГОРЬЯН

член-корреспондент АН СССР С. Р. МИКУЛИНСКИЙ

кандидат технических наук А. С. ФЕДОРОВ

доктор физико-математических наук А. П. ЮШКЕВИЧ

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

кандидат физико-математических наук А. И. ВОЛОДАРСКИЙ

BUREAU DU COMITE D'ORGANISATION

PRÉSIDENT

Prof. Boniface KEDROV

VICE-PRÉSIDENTS:

Dr. Alexandre FEDOROV

Prof. Achote GRIGORIAN

Prof. Semen MIKOULINSKI

Prof. Adolphe YOUSCHKEVITCH

SECRETARE

Dr. Alexandre VOLODARSKI

СЕКЦИЯ III SECTION III SECTION III SEKTION III

ИСТОРИЯ АНТИЧНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

HISTOIRE DES SCIENCES

ET DES TECHNIQUES DANS L'ANTIQUITE

THE HISTORY OF ANCIENT SCIENCE

AND TECHNOLOGY

GESCHICHTE DER ANTIKEN WISSENSCHAFT

UND TECHNIK

СЕКЦИЯ IV SECTION IV SECTION IV SEKTION IV

ИСТОРИЯ СРЕДНЕВЕКОВОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

HISTOIRE DES SCIENCES

ET DES TECHNIQUES AU MOYEN AGE

THE HISTORY OF MEDIAEVAL SCIENCE

AND TECHNOLOGY

GESCHICHTE DER WISSENSCHAFT

UND TECHNIK DES MITTELALTERS

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

EDITIONS «NAOУKA»

Москва 1974

УДК 001 (09)

Настоящий том является одним из 13 томов издания "Труды XIII Международного конгресса по истории науки", который проходил в Москве с 18 по 24 августа 1971 г. В этом томе содержатся доклады, прочитанные на секциях "История античной науки и техники" и "История средневековой науки и техники". Они посвящены изучению математики, астрономии, физики, биологии в древности и средневековье.

Т 10801-0156 заказное
042 (01)

© Институт истории естествознания
и техники Академии наук СССР

Секция III Section III Section III Sektion III

**ИСТОРИЯ АНТИЧНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ
HISTOIRE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES DANS L'ANTIQUITE
THE HISTORY OF ANCIENT SCIENCE AND TECHNOLOGY
GESCHICHTE DER ANTIKEN WISSENSCHAFT UND TECHNIK**

**Организатор: И.Д. Рожанский
Organisateur: I.D.Rojanski**

**Секретарь: А.В. Ахутин
Secrétaire: A.V.Akhoutine**

ПРОТОШУМЕРСКИЕ СИСТЕМЫ МЕР И СЧЕТА

В конце IV тыс. до н.э. на юге Двуречья, в Шумере, возникли большие храмовые организации, нуждавшиеся в документированных формах хозяйственного учета. Была изобретена письменность, которая, претерпев ряд изменений, просуществовала более трех тысяч лет. Писали на глиняных табличках тремя различными палочками, одна из которых, треугольного сечения, служила для нанесения большинства знаков, исключая цифры, две другие, круглого сечения, — для нанесения цифр. Древнейший вариант этой письменности мы будем называть протошумерской письменностью, или протоклинописью.

Опубликовано около 900 табличек* раннего периода развития протоклинописи — конца IV тыс. до н.э. (раскопки IV слоя Урука) и позднего — начала III тыс. (раскопки Джемдет-насра и III—II слоев Урука). В них насчитывается около 500 знаков, каждый из которых представляет собой схематический рисунок и выражает понятие, которому в устной речи соответствует слово.

За малым исключением протоклинописные тексты являются документами хозяйственной отчетности. Текст часто состоит из нескольких рядов, разделенных на строки, каждая из которых образована группой цифр и сопровождающих ее знаков. Внутри строки знаки, за исключением цифр, располагаются не обязательно в той последовательности, в какой должны произноситься соответствующие слова. Но строки в ряду всегда читаются справа налево, а ряды — сверху вниз. Справа налево и сверху вниз читаются и цифры.

Протошумерскими документами засвидетельствованы восемь числовых и метрологических систем: десяти-шестеричная система счета (рис. 1), модифицированная десяти-шестеричная система счета (рис. 2), система мер длины (рис. 3), система мер площади (рис. 4), система мер емкости сыпучих тел (рис. 5), система мер емкости жидких тел (рис. 6), система мер, которую предположительно можно связать с весом (рис. 7), система мер времени (рис. 8).

Все многообразие цифр образовано при помощи четырех основных элементов: малого и большого полуovalов и малого и большого кружков. Цифрой может служить каждый из этих элементов в отдельности или же их специфические комбинации. Одни и те же знаки могут входить в различные системы, и тогда их значение определяется контекстом. Некоторые системы существуют в двух и трех вариантах, которые различают-

* Издание и исследование протошумерских текстов см. A. Falkenstein. *Archaische Texte aus Uruk*. Berlin, 1936 (сокращенно: ATU) (613 табличек); S. Langdon. *Pictographic Inscriptions from Jemdet Nasr*. London, 1928 (сокращенно: PI) (около 182 табличек); F. Thureau-Dangin. *Tabletes signes pictures*. — *Revue d'assyriologie et d'archéologie orientale*, XXIV, 1927, p. 23–29 (12 tabl.).

ся между собой отсутствием или наличием штрихов на полуовалах и кружках, количеством штрихов и характером их размещения. Цифры систем мер длины, площади, емкости сыпучих тел и веса (?) (рис. 3, 4, 5, 7) являются метрологическими, каждая из них выражает одновременно число 1 и название меры. Как назывались меры емкости сыпучих тел и меры веса (?) нам не известно, установлены лишь соотношения мер (жирные цифры под соответствующими знаками рис. 5 и 7 должны указывать на то, что имеются в виду именованные числа).

Системы, о которых идет речь, существовали предположительно уже в ранний период развития протоклинописи (системы мер длины и площади) и вышли из употребления в разное время. Десяти – шестеричная система счета и системы мер длины и площади (рис. 1, 3, 4) засвидетельствованы на протяжении всего III тыс. и во II тыс. до н.э., так как были заимствованы вавилонянами. Модифицированная десяти – шестеричная система (рис. 2) применялась примерно до XXIV в. до н.э. Система мер емкости сыпучих тел (рис. 5), по-видимому, частично использовалась еще в документах архаического Ура – XXVIII в. до н.э., а система мер жидких тел (рис. 6) – в аккадских документах, XXIV в. до н.э. Система мер веса (рис. 7) встречается только в документах раннего периода развития протоклинописи. Заштрихованные варианты цифр известны лишь по протоклинописным документам, за исключением цифр с двумя вертикальными штрихами (рис. 5), которые засвидетельствованы (правда, с тремя штрихами вместо двух) документами архаического Ура. Система мер времени (рис. 8) встречается только в протоклинописных документах позднего периода.

Протошумерская письменность расшифрована лишь частично*, однако цифры мы понимаем достаточно хорошо. Цифры обеих систем счета и систем мер длины и площади (рис. 1–4), поскольку они использовались и после того, как протоклинопись превратилась в клинопись, не нуждались в расшифровке. Что же касается цифр остальных систем, то они были истолкованы специалистами в области клинописи: Ф. Тюрю-Данже-ном – цифры 1, 10, 100, 300 (рис. 5Aa); С. Лэнгдоном – цифры $1/10$, $1/5$ (рис. 5Aa); А. Фалькенштейном – $1/64$, $1/32$, $1/16$, $1/4$, $1/2$, 1 (рис. 7A); автором этих строк – “1/10iku” (рис. 4A), 1 (в значении “1 теленок”) (рис. 1Aa), $1/60$, $1/30$, $1/20$, $1/15$ (рис. 5Aa), заштрихованные варианты цифр систем мер емкости сыпучих тел (рис. 5A и с), “1 день”, “месяц”, “1 год” (рис. 8a). Приведенные толкования содержатся в работах упомянутых авторов, посвященных изданию и исследованию протошумерских текстов (см. примечание 1). Толкования, предложенные мною, были рассмотрены в ряде докладов на научных заседаниях в Государственном Эрмитаже (1962–1972 гг.).

Отдельные цифры и записи в сводке данных, представленных рисунками 1–8, нуждаются в дополнительных замечаниях.

*А.А. Вайман, К расшифровке протошумерской письменности (предварительное сообщение). – Переднеазиатский сборник, II. М., 1966, стр. 3–15.

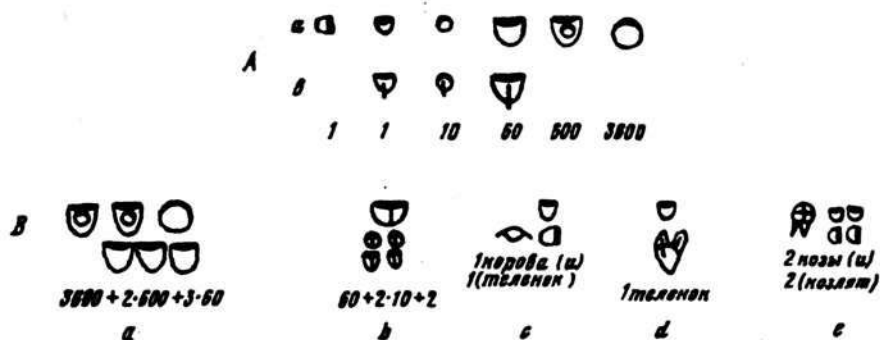


Рис. 1 Десяти-шестиричная система счета. А-цифры, В-числовые записи. (см. АТУ, 573; ПІ, 34; АТУ, 349, 349, 542).

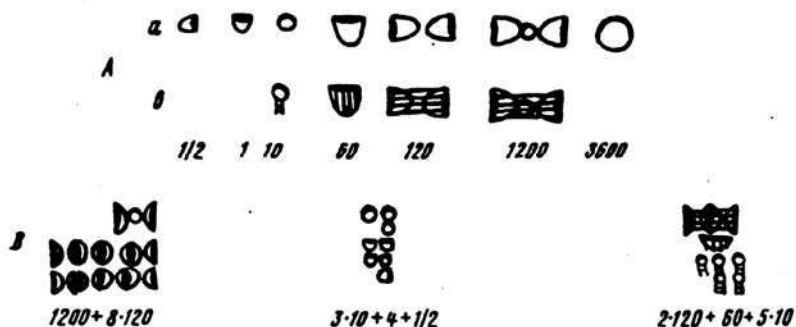


Рис. 2 Модифицированная десяти-шестиричная система счета. А-цифры, В-числовые записи (см. тексты: АТУ, 435, 585, ПІ, 32).

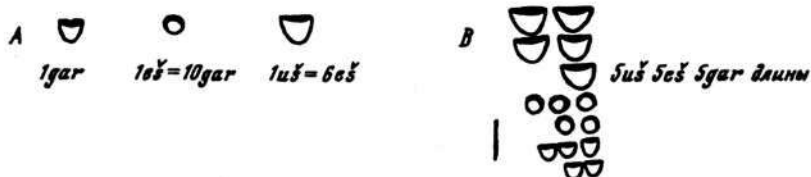


Рис. 3 Система мер длины. А-цифры, В-метрологическая запись (см. текст ПІ, 39).



Рис. 6 Система мер емкости жидких тел. А-название мер, В-метрологические записи (см. тексты: РІ, 87, АТУ, 632).

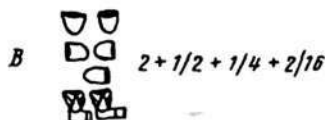


Рис. 7 Система мер веса (?). А-цифры, В-метрологическая запись (см. текст АТУ, 311).

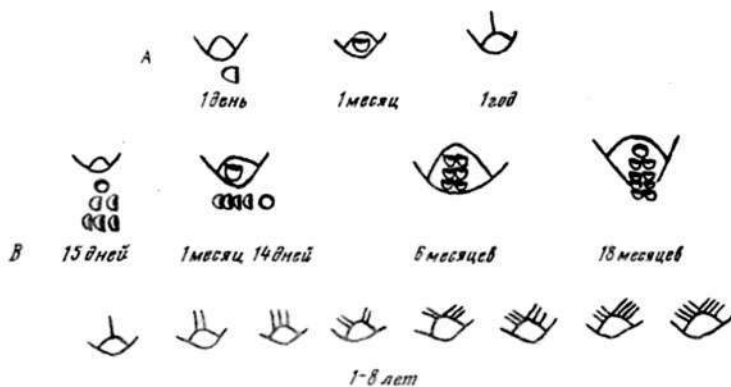


Рис. 8 Система мер времени. А-обозначение мер; В-записи временных отрезков (см. тексты: РІ, 31, 84, 4, +; АТУ, 621, 627).

Рис. 1а: цифра 1 (малый горизонтальный полуовал) применялась только в тех случаях, когда требовалось фиксировать число телят, ягнят и козлят, учитываемых в одной строке с коровами, овцами и козками, приплодом которых они являются (см. рис. 1Вс и е, где идеограммы слева от цифр означают в одном случае "корову", в другом - "козу"). Но когда фиксировалось количество только молодняка, то употреблялась обычная цифра 1 (вертикальный полуовал) в сочетании с идеограммой, означающей соответствующее животное (см. рис. 1Вd, где под цифрой стоит идеограмма со значением "теленки"). Рис. 1Ab: цифры с вертикальным штрихом в документах редки, их значение до сих пор не установлено.

Рис. 2Аа: по-видимому, это весьма специализированные цифры, употреблявшиеся, главным образом, в записях количества хлебов. Рис. 2Аb: назначение этих цифр не установлено. Возможно, что ими пользовались для выражения веса шерсти.

Рис. 3А: в конце III тыс. и позже $1 \text{ gar} \approx 6 \text{ м}$. Рис. 3В: вертикальная черта здесь является идеограммой со значением "длина".

Рис. 4В: слева от цифр стоит идеограмма со значением "поле".

Рис. 5А: три цифры нижнего ряда представляют собой варианты соответствующих цифр верхнего ряда. Как нетрудно заметить, единицы $1/10$, $1/15$, $1/20$, $1/30$, $1/60$ составляют, соответственно, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$, $1/12$ от единицы $1/5$. Указанное обстоятельство позволило наглядное выражение в самой графике цифр - специфических сочетаний, соответственно, двух, трех, четырех, шести и около двенадцати малых полуовалов. Графической наглядностью отличаются также метрологические цифры $1/2$ и $1/4$ предполагаемой системы мер веса (см. рис. 7А). Рис. 5Вa: слева от цифр стоит идеограмма, означающая "ячмень". В аналогичных записях, фиксирующих емкость пшеницы и эммера, соответствующие идеограммы никогда не ставились (см. 5Вс и d).

Рис. 6А: в конце III тыс. и позже $1 \text{ sila} \approx 0,76 \text{ л}$. Рис. 6Вa: слева от идеограммы, обозначающей меру, стоит идеограмма со значением "пиво". Рис. 6В: над идеограммой, обозначающей меру, стоит идеограмма со значением "масло".

Рис. 7А: метрологическая цифра $1/16$ представляет собой цифру 1, в которую вписана идеограмма со значением "правитель" ("главный жрец").

Рис. 8: знак, с которым сочетаются цифровые записи, является идеограммой, означающей "день", "солнце" (по данным клинописных текстов). Весьма возможно, что мы имеем дело со схематическим изображением полумесяца и солнечного диска.

Эти и другие особенности протошумерского способа выражения числа и меры позволяют говорить о существовании чисто цифрового этапа в развитии протошумерской письменности, когда документы хозяйственной отчетности состояли из одних числовых и метрологических записей, сопровождавшихся лишь оттисками цилиндрических печатей. Можно предположить, что первоначально были изобретены цифры и лишь некоторое время спустя - другие знаки.

Б.Е. Туманян (СССР)

ДРЕВНЕЙШИЕ НАСКАЛЬНЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ РИСУНКИ, ОБНАРУЖЕННЫЕ В АРМЕНИИ

Описание современных созвездий нам известно из дошедшего до нас стихотворного текста александрийского поэта Арата II(III в. до н.э.). Он написан в соответствии с трудом Евдокса (IV в. до н.э.). Сам Арат говорит о глубокой древности созвездий. Нынешние названия и знаки созвездий распространились среди других народов лишь в последующие века.

Часть исследователей полагает, что некоторые астрономические знания, в частности, разделение неба на созвездия и составление звездной карты, впервые получают распространение на территории, значительную часть которой занимает Армянское нагорье. Так, по мнению французского астронома К. Фламариона, в поисках первых наблюдений звезд и первого представления о небесной сфере следует подняться от Египта к Востоку, до средних широт. По мнению английского автора В. Олькотта, данные астрономии согласуются с историческими и археологическими в том, что лица, придумавшие древние фигуры созвездий, жили, вероятно, в долине Евфрата, а также в области около горы Арарат. Подробное изучение созвездий приводит к выводу, что установление знаков зодиака было в III тысячелетии до нашей эры.

К таким предположениям эти авторы пришли чисто теоретическим путем. В этой связи большой научный интерес в качестве фактического материала представляют недавно найденные в Армении наскальные астрономические рисунки (имеющие более чем трехтысячелетнюю давность).

На двух обломках скал изображены видимые невооруженным глазом звезды созвездий Льва, Скорпиона и Стрельца. Они имеют диаметры различных размеров в зависимости от их видимой яркости. Это можно объяснить двояко. Для того чтобы различить их друг от друга, на астрономических картах даже теперь яркие звезды рисуют большего размера, несмотря на то что их действительные размеры могут быть совершенно иными. Причиной может быть и то, что в те времена предполагалось, что все звезды отстоят от нас на одинаковом расстоянии (расположены на шарообразной сфере) и их поверхностная яркость одинакова. То есть если мы видим звезды не одинаковой яркости, то это должно быть последствием того, что их величины (размеры) различны. Как известно, этот взгляд сохранился и в последующие тысячелетия.

На одном обломке изображены Солнце, Луна и пять планет, видимые невооруженным глазом. На двух каменных обломках изображены круги с 29 длинными и одним коротким лучами. Несомненно, здесь мы имеем дело с периодом повторения фаз Луны. На ряде других обломков изображения показывают, что год в то время делился на 12 частей (месяцев). К такому же убеждению привело в свое время изучение пояса – календаря бронзового века, хранящегося в Государственном музее истории Армении.

Большой интерес представляет изображенный на одной из скал круг, разделенный на четыре части взаимно перпендикулярными линиями. На

нем с четырех противоположных сторон изображены четыре человеческие фигуры. В центре – земной шар, как в очень отдаленные времена представляли его люди. Это знак Земли (иероглиф). Современный знак Земли (круг и на нем крест) вошел в астрономию лишь спустя тысячелетия. Таким образом мы приходим к заключению, что обитатели Армянского нагорья того времени Землю представляли круглой, по-видимому, сравнивая ее с небесными телами.

О том, как представляли себе наши предки созвездия и необычайные небесные явления, дает богатый материал другое наскальное изображение, найденное в Мартунинском районе у подножья горы Сев-Кар. Гравировка весьма глубокая и сохранилась во всех подробностях. На каменной звездной карте выгравированы звезды Орла, расположенные на одной прямой. Размеры звезд даны соответственно их видимой яркости. Изображение их в различном виде обусловлено, очевидно, тем, что они при наблюдении имели различные цвета. Несколько ниже и правее нарисованы двое людей, которые держат над головой змею. Таким образом, созвездие Змееносца "унаследовано" нами от далеких предков.

Многочисленные точки и два креста в левом верхнем углу скалы изображают звезды Дельфина и богатую мелкими звездами часть Млечного Пути. В верхней части скалы изображены меч, щит, два креста и треножник. В этой части лежат созвездия современных Лебедя, Лиры и Лисички. Расположение звезд не вызывает сомнений, что тут мы имеем дело со звездами этой области и что и в те времена Лебедь изображался как меч, а Лира – как щит. Фактически здесь мы имеем дело с гораздо более ранней эпохой, чем время установления очертаний современных созвездий.

На этом же камне на фоне звездного неба изображено одно из необычных небесных явлений – падение яркого болида.

Новонайденные наскальные астрономические рисунки, а также открытие в Араратской долине древнейшей астрономической наблюдательной площадки имеют важное значение для освещения ряда вопросов астрономии доисторического периода.

B.V.Subbarayappa (India)

**METAL TECHNOLOGY IN ANCIENT INDIA
BASED ON ARCHAEOLOGICAL DATA**

In India, the archaeologically sustained inventory of metallic objects seem to afford, albeit not a few temporal and spatial blanks, an insight into the technology of metals in the ancient period. The Harappan culture (c. 2300-1750 B.C.) or the Indus Valley civilization was by far the largest of the three ancient civilizations. This culture-area has yielded

an impressive number of copper and bronze objects. From the DK.Mound alone were discovered as many as 14 spearheads, 17 arrowheads, 18 razors, 23 axes, 53 chisels, 11 fish-hooks, 64 knives, 2 swords and an axe adze. The archaeological evidence testifies to the fact that the Harappan metalsmiths knew the techniques of hammering, cold-and hot-working, annealing, rivetting, spinning and turning, making beads, soldering, and the cire-purdue casting. The bronze figurine unearthed at Mohenjodaro, possibly fashioned by the cire-purdue process though as yet there is no direct evidence to this effect, represents the first appearance of the figure in the metal art of India. There is no denying that the Harappan civilization which historically flourished later than the two other civilizations drew not inconsiderably upon the metal technology of the latter. There is enough evidence to indicate that there was indeed a noticeable commercial intercourse among them. Probably the copper ingots of high purity (about 99%) discovered at Lothal were imported from Mesopotamia. Though the evidence regarding the smelting operations is but scanty, the kilns, understandably, were of an open-hearth type, and the fuel was charcoal. The recent studies in ore-correlations and impurity patterns appear to indicate that the fresh copper ore of Rajasthan (an adjoining region), with its appreciable surface oxide content, was used. An examination of the data obtained reveals the close correspondence between the impurities in the ore and those in the finished product. As to alloying, the technique was known to the Harappan metalsmiths. Of the tools excavated so far, about 14% of them are alloyed with tin in correct proportions (about 10-12%). Alloys of copper and arsenic (3-4-5%) were also in use in the place of low-grade bronze.

The Harappan metallic inventory unmistakably projects certain distinctive types of razors, barbed fish hooks,

curved blades, arrowheads, tubular drills and a true saw. It would appear that the arrangement of the type in the Harappan saw did not appear elsewhere until the Roman times. Besides copper and bronze, the Harappans used gold, silver, electrum and lead. Very likely, they imported silver from Afghanistan, Armenia and Iran. Gold was obtained possibly from the mines of south India as well as from panning, while lead was got from the neighbouring places in Rajasthan. The art of winning the metals from their respective ore-states seems to have been accomplished with considerable skill.

In comparison with the rather spectacular use of metals by the Harappans, the people of the Chalcolithic cultures like the Banas, Jorwe and Malwa are not noted for significant metallic inventories. The southern chalcolithic sites, like Brahmagiri and Maski, are poorer still in the use of copper. What is more, there are no distinctive types which would indicate a rather mature level of copper-technology. The axes, celts, nails and the like reported from these sites show the usual features as could be expected of under-developed technology. Perhaps the metalsmiths, who were possibly itinerant, were not able to establish themselves in these culture-areas for periods long enough to develop their skills in an economy and ecology that were not conducive to it.

A somewhat similar picture emerges in regard to what are known as Copper-Hoards, probably belonging to the period c. 1700- 800 B.C. These copper objects, about a thousand in number reported from some 34 sites in hoards (hence the name) include flat axes, barcelts, harpoon-heads, spear heads, rings, antennae swords and anthropomorphic objects. The technique adopted by the metalsmiths was one of closed casting. As they are largely of copper, the knowledge of alloying seems to have been unknown to them. The metalsmiths, who were both spatially and temporally separated from the Harappan influences, seem to have moved from place to place

depending upon the access to the copper ore, and their technology was indeed an under-developed one as evidenced by the absence of pot or pan in the hoards, as also of any type of pottery in direct association with the finds. Whether these smiths could have derived their technical knowledge from the south-east Asian regions with which the eastern parts of India had contacts in the neolithic times is a moot point.

The Harappans, as also the people of the post-Harappan settlements, did not know the use of iron. On the basis of radiocarbon dating, it seems almost certain that iron was introduced into India by c. 1000-800 B.C. Archaeologically, iron is associated with all the phases of the Painted Grey ware which in turn is associated with the appearance and expansion of the so-called Aryan culture. The earliest radiocarbon dates of the levels which have yielded iron objects are 1025 \pm 110 B.C. at Artranjkhedra in the north, and 1050 \pm 100 B.C. at Hallur in the south-places separated by a vertical distance of over a thousand miles. So far, we do not have precise knowledge regarding the almost simultaneous introduction of iron in the north as well as the south.

As to the iron objects themselves, their number is indeed considerable and forms varied-arrowheads, chisels, caltrops, choppers, knife blades, axes, drills, nails, ladles, daggers, sickles, pivots, bells, spearheads, door fittings, tongs, anvils, hoes and so on. The date-range of most of these finds is 500-200 B.C. Iron axe, spade, sickle, ploughshare and other agricultural implements not only enabled the clearing of jungles with consequent expansion of settlements but also improved upon agricultural operations, particularly in the Gangetic region. Gradually iron began to occupy a pride of place even in social customs. The megalithic burial complex has yielded a number of identical tool types which have been noticed from Adichannalur in the extreme south to Nagpur in central India - places separated by a distance of some

900 miles. The ironsmiths of south and central India seem to have acquired a fairly uniform level of iron technology. It would appear that by about 1000 B.C. the Indian iron metalworkers were already acquainted with the iron metallurgical practices of the Near East, and, in about five to six centuries, they were able to adopt them with remarkable success, depending upon the availability as well as quality of the iron ore occurring in India. As to the metallurgy of iron, probably, the smelting operations consisted in heating alternate layers of the ore and charcoal. There is evidence to indicate that calcium compounds were used as flux. The remains of a forge have been found in Ujjain in central India. Even now certain tribals in central India and Bihar practice the primitive methods employing small furnaces of about 3 ft. in height, and bellows for blast. In South India, the primitive furnaces are somewhat conical in shape. It is not unlikely that these crude smelting furnaces are the direct descendants of the ancient methods of iron manufacture in India.

The iron and copper technology alike attained new heights particularly in the Classical Age of India. The two famous vestiges, viz., the Iron Pillar now at Delhi, and the copper statue of the Buddha which was discovered at Sultanganj in Bihar, now in the Birmingham Museum, amply illustrate the spectacular technological efforts which were pressed into their production. The Iron Pillar is of wrought iron (about 99.72% pure), about $23\frac{1}{2}$ ft. height and 6 tons in weight with rather high phosphorus and negligible manganese and sulphur contents which probably account for the Pillar's endurance over the ravages of time. The Buddha Statue about a ton in weight and $7\frac{1}{2}$ feet in height was probably cast in two layers, the outer layer by the cire-purdue technique, and the inner layer cast in segments. As to the metallurgy of copper, the crushed ore might have been mixed with cowdung, made into balls and heated with charcoal and iron slag, in

a furnace probably of a type which was noticed even in the early nineteenth century among the traditional metalsmiths.

The Classical Age was also noted for sophisticated Jewellery craft. A significant find has been reported from Ahicchatra in Uttar Pradesh. The metal industry was even recognized as one of the 64 fine arts. According to Chinese pilgrim Hiuen Tsang, there were a huge copper image of the Buddha (80 ft. in height) and an intricate glass temple the height of which was expected to reach 100 ft. during Emperor Harsha's time. In addition to archaeological evidence, some literary works of this period, like Lanasara, Silparatna and Visnudharmottara testify to the technological excellence attained in metal-working.

Б.А. Шрамко (СССР)

РАЗВИТИЕ РЕМЕСЕЛ У НАСЕЛЕНИЯ СКИФИИ В VII—III ВВ. ДО Н.Э.

История ремесел у населения Скифии изучена еще слабо, хотя за многие десятилетия раскопок поселений и курганных могильников накоплен большой и разнообразный материал. Широкое применение в археологии современных методов исследования при помощи спектральных, металлографических, петрографических и других анализов значительно расширило возможности исследователей и позволило заполнить некоторые пробелы в наших знаниях.

Исследования показывают, что в лесостепной Скифии уже в архаическую эпоху (VII—VI вв. до н.э.) возникают крупные ремесленные центры, к которым относятся Бельское, Люботинское, Шарповское поселения и др. При раскопках на этих поселениях удалось обнаружить множество остатков, свидетельствующих о деятельности ремесленников: производственные сооружения (остатки сыродутных горнов, бронзоплавильных печей, печей для цементации железа), различные инструменты (молотки, клещи, напильники, зубила, пробойники, тигли, литейные формы), полуфабрикаты, шлаки и пр.

Широкое развитие получила обработка черных и цветных металлов. Эти ремесла в значительной мере определяли развитие и других отраслей хозяйства. Население юга Восточной Европы научилось добывать железо из руды в период от середины до конца 2 тыс. до н.э. Ко времени установления господства скифов в степях Северного Причерноморья местные племена уже накопили большой опыт в добыче и обработке же-

леза. Следы местной добычи железа в сыродутных горнах встречаются на многих поселениях. Со второй половины VII в. до н.э. все основные виды металлических орудий и оружия делались из железа и стали. Металлографические исследования показывают, что местные кузнецы в ряде случаев применяли уже разнообразную и сложную технологию. Они использовали различные виды кузнечной сварки, знали цементацию железа, иногда применяли закалку стали.

Несмотря на отсутствие у лесостепных племен Скифии своих месторождений цветных металлов, здесь развивалось и бронзолитейное производство. Находки показывают, что привозили не только слитки металла, но и медную руду. Химическими и спектральными анализами установлено, что местные литейщики хорошо разбирались в свойствах различных сплавов и специально применяли их для изготовления соответствующих изделий.

Важную роль в хозяйстве играла обработка кости, рога, кожи, камня, дерева, глины и различных волокнистых материалов. В частности, в археологическом материале имеются остатки таких изделий из кожи, как конская сбруя, колчаны, ножны, панцири, боевые пояса, обувь и детали одежды. Микроскопические исследования остатков кожи показали, что для различных изделий использовались преимущественно шкуры крупного рогатого скота. Орудия для обработки кожи были очень просты. Кроме ножей часто встречаются костяные скребки, приспособления для разминания кожи, гладилки из галек, костяные молотки. Для дубления кожи применяли растительный дубитель типа коры ивы, а также, видимо, другие дубители, которые пока не выявлены. Использовалась сыромятная кожа, замша и полупергамент. Из последнего, в частности, был сделан один из колчанов для стрел.

В архаическую эпоху, когда металла еще не хватало, довольно часто использовали кость и рог. Из этих материалов делали более 45 видов изделий, известных по археологическим находкам. Среди них имеются орудия, оружие, бытовые предметы, украшения, части конской упряжи, культовые предметы и пр. При обработке кости применяли ножи, пилы, сверла, циркульные резцы для нанесения орнамента. Среди местных костяных изделий нет таких, которые были бы обработаны на приспособлении типа токарного станка, хотя среди греческого импорта такие вещи (веретена, коробочки и др.) встречаются. Сфера применения камня значительно уменьшилась по сравнению с предшествующим периодом конца бронзового века. Однако он оставался незаменимым при изготовлении многих вещей (зернотерки, шары для праши, точильные камни, блюда-жертвенники, грузила и пр.).

Несомненно очень широко использовалось дерево, хотя в археологических комплексах пригодные для исследования остатки деревянных вещей сохраняются редко. Плотники, используя обычно только один топор, строили из дерева жилища, хозяйственные постройки, сложные оборонительные сооружения, погребальные склепы. Конструкция склепов в некоторых могилах позволяет получить представление и об устройстве жилищ. Кроме того, среди находок из дерева зафиксированы остатки повозок, лодки, землекопные орудия, гребни, древки стрел и т.д. Изучение следов обработки дерева показывает, что плотники и столяры скифского времени применяли топор, тесло, долото, стамеску, бурав, нож. Нигде

не удалось обнаружить следов поперечного или продольного распиливания бревен или досок. В строительстве не применялись гвозди. При изготовлении мелких столярных вещей гвозди иногда использовались.

Широко было распространено также плетение, прядение и ткачество. Найдены различные иглы для плетения и кочедыги. Пряслица для веретен делали из глины, свинца или бронзы. Возможно жителям Скифии было известно вязание при помощи крючка и спиц. Во всяком случае орудия подобного типа найдены. Исследование остатков тканей показало, что основным материалом для их изготовления была овечья шерсть. По качеству эта шерсть немного лучше, чем шерсть современных овец грубошерстной породы. Однако этот материал все же не достигал качества современной тонкой шерсти овец мериносовой породы. Делались также ткани из льна и конопли. По технике выделки имеются ткани полотняно-репсового, киперного переплетения.

Очень разнообразен ассортимент изделий из глины. В течение всей скифской эпохи население применяло только ручную формовку глиняных сосудов. Настоящего гончарного круга не было. Но иногда уже применялась медленно поворачивающаяся деревянная подставка. На это указывает форма сосудов и отпечатки торца деревянной подставки круглой формы на донышках сосудов. Это был уже шаг на пути к применению настоящего гончарного круга. Для обжига использовали специальные однокамерные гончарные печи. Одна из них найдена на Бельском городище вместе с обломками бракованной керамики скифской эпохи.

Ввиду того что уровень развития ремесел у лесостепных племен Скифии был более высоким, чем в степной зоне, основное количество местных металлических изделий производилось в матерских ремесленников лесостепи. Походы степных скифов в Переднюю Азию, а позже их торговля с греческими городами способствовали тому, что эти ираноязычные племена стали распространителями восточного и античного культурного влияния на местное население юга Восточной Европы. Историческая роль лесостепных племен (невры, гелоны, будины, меланхлены и др.) была иной. Здесь были основные местные производственные центры. Население лесостепи заимствовало у степных скифов некоторые типы вещей и некоторые художественные мотивы. Однако местные жители в ряде случаев по-своему переработали эти вещи и художественные мотивы. В частности, здесь были приспособлены к местной идеологии и изготавливались многие вещи, оформленные в так называемом зверином стиле. Этому способствовала глубокая древность иранского этнического массива на юге Восточной Европы, восходящая, по мнению современных исследователей, к 2 тыс. до н.э. или даже к более раннему времени. Только этим можно объяснить далекое проникновение древних иранских гидронимов в северные области Левобережья вплоть до верховьев Днестра и Десны, т.е. в те районы, где собственно скифы никогда не жили и куда даже скифская культура никогда не распространялась. У собственно скифов и у доскифского ираноязычного населения лесостепи существовали, видимо, общие генеалогические легенды и общие, частью древнеиранского, частью индоевропейского происхождения, религиозные верования. Это объясняет хорошо известный археологам факт широкого распространения как в степной, так и в лесостепной Скифии некоторых культовых предметов и художественных изделий звериного стиля, имевших, как правило, религиозно-магическое значение.

Andrienne R. Weill (France)
CONTRIBUTION DE L'ANALYSE A L'HISTOIRE DES
TECHNIQUES DE L'ANTIQUITE

Depuis une vingtaine d'années, les analyses d'objets anciens en métal se sont multipliées, on ne peut cependant pas encore dégager de règles générales concernant ces études, ni même prévoir les techniques les plus favorables pour obtenir le maximum d'information sans altérer le témoin, tant sont variés les résultats obtenus.

Naivement, l'analyste pouvait au moins espérer qu'en s'adressant aux monnaies il esquiverait la question redoutable que tout archéologue ne manque pas de lui poser, à savoir: me donnerez-vous la date de cet objet? En fait, si des séries d'analyses constituées avec soin, comme celles de E.R. CALEY (1) permettent déjà des classements, voire l'établissement de filiations il ne faut pas perdre de vue les pièges que représentent les fausses monnaies antiques, parfois contemporaines des vraies, les refon-tes de pièces plus anciennes aux époques de pénurie, enfin les diverses tentatives destinées à économiser les métaux précieux.

La date que porte une monnaie a donc une signification historique, fiduciaire, mais elle ne donne pas forcément l'âge de la première fonte de l'alliage. En revanche elle témoigne de la technique utilisée pour sa fabrication. La première tâche de l'analyste consiste à caractériser l'alliage monétaire en termes plus précis que ceux traditionnellement employés dans les manuels d'archéologie.

Ainsi, il y a quelques années, au cours de fouilles, Rue du Faubourg Saint-Jacques, ancienne voie romaine qui traverse Paris, une pièce très fruste a été ramassée. Pour l'archéologue, ce billon romain du 1er ou 2e siècle de notre ère est un "moyen-bronze", après analyse non-destructive par spectrographie de rayons X, on reconnaît un laiton au plomb par l'émission du cuivre, du zinc et du plomb.

On ne retrouve pas les mêmes caractéristiques en examinant le noyau d'une pièce "saucée", c'est-à-dire argentée, à l'effigie de l'empereur Tacite (200-270). La base de l'alliage est le cuivre, l'élément d'alliage est le plomb, mais on ne trouve pas trace de zinc. Signalons également que la diffraction des rayons X en retour permet de déterminer approximativement l'épaisseur du revêtement d'argent. On trouve environ 3 microns sans détruire la pièce; ce chiffre correspond à celui qu'avait donnée une mesure directe sur une monnaie identique coupée en deux (2).

Le classement de ces deux pièces a donc pu être opéré par l'application de deux méthodes complémentaires: la spectrographie de rayons X donne la nature des éléments constitutifs, la diffraction X en retour renseigne sur les phases principales de l'alliage et sur la nature des oxydes formés au cours du temps. Rappelons que, pour faciliter les analyses, il est commode de recueillir sur une empreinte nitro-cellulosique les souillures, ce qui constitue en quelque sorte un nettoyage non-destructif (3).

Après les mêmes examens non-destructifs, une pièce d'apparence argentée, à l'effigie de Gordien-le-Pieux a posé au contraire de nouveaux problèmes: les deux techniques ne répondent pas de la même manière (4). Les émissions de fluorescence dues à la surface entière de la pièce indiquent une proportion argent-cuivre de l'ordre de 60/40, on note en outre la présence d'étain et celle de plomb. Sur les diagrammes de diffraction en retour qui ne couvrent qu'environ 0,4 mm², et n'intéressent qu'une profondeur moindre, les phases cuivreuses sont à peine perceptibles tandis que prédominent l'argent, son oxyde accompagné de phases complexes où étain et argent sont alliés, avec ou sans cuivre.

Ces pièces n'étant pas rares - leur abondance même pose un problème puisque cet empereur n'a régné que quatre ans (238-244) - on a pu examiner la moitié d'une pièce déjà sectionnée en vue de déterminer par voie chimique son titre en argent. Le chiffre trouvé, soit 445‰ est un renseignement d'ordre économique plutôt que métallurgique, étant donné l'hétérogénéité de cette

monnaie. Il suffit en effet de regarder la coupe pour s'apercevoir que la surface de la pièce est "blanche" comme l'argent, tandis que l'intérieur est jaune pâle, toutefois, à l'œil nu ou au microscope, on ne distingue pas de vraie solution de continuité. En fait, à cœur, le microscope révèle une structure dendritique biphasée. L'une des phases est couleur d'argent. L'autre de teinte cuivrée, chacune de ces phases peut comporter des plages d'eutectique. La repartition des éléments s'obtient grâce à la microsonde de CASTAING: l'argent et le plomb sont alliés, le cuivre contient très peu d'argent, enfin on trouve des traces d'étain en surface, et en surface seulement. La diffraction X montre bien que les phases de l'intérieur sont différentes de celles qui émergent à la surface.

L'ensemble de ces observations prouve que contrairement aux présomptions, une opération technique est intervenue à une étape de la fabrication pour modifier l'aspect de la surface.

Ces trois exemples suffisent à montrer que l'analyse, tout en répondant à un certain nombre de questions, ne manque pas de soulever à son tour et de manière le plus souvent imprévisible de nouveaux problèmes. Autrement dit, par l'analyse va s'établir une confrontation de l'historien et du physicien du métal, chacun situant au départ le témoin examine dans un contexte bien différent. On pourrait ainsi, après de nouvelles séries d'examen chercher à savoir si l'absence du zinc dans la monnaie de Tacite a une signification, et laquelle.

Quant à la monnaie gordienne, son cas semble historiquement assez bien défini, mais, techniquement, il est beaucoup plus complexe que celui des autres pièces. Il s'agit d'un maquillage, d'un subterfuge pour dissimuler l'effet visible de l'abaissement du titre d'argent. Ce genre de problème se pose aux époques de pénurie où l'on voit se déployer tant d'ingéniosité dans la recherche des produits substitution.

Pénétrons dans l'atelier des monnayeurs: leur alliage est jaune pâle. Ils avaient peut être espéré le "blanchir" en y ajou-

tant du plomb, mais il n'en fut rien: nous l'avons vu à la microsonde, le plomb s'allie avec l'argent et le cuivre garde sa couleur naturelle. Fait assez curieux, pure coïncidence sans doute, l'alliage n'est pas mécaniquement hétérogène: les deux phases ont la même dureté, plus exactement la même microdureté à peu de chose près: 160 kg/mm² pour la phase cuivreuse, 180kg/mm² pour la phase à base d'argent sous 0,5g.

Cependant les micrographies prise sur la tranche au voisinage de la surface indiquent que la profondeur de l'attaque subie par les phases cuivreuses dépend de l'orientation des dendrites par rapport aux faces et de l'état de compression de l'alliage. Ceci donne à penser que l'étamage serait intervenu avant la frappe, sinon la protection eut été plus régulière. Le cas que nous signalons ici n'est pas unique: R.M.Organ a constaté des traces d'étamage sur une pièce de bronze de même époque (5).

D'autrepart, NAST&R (6) a été amené à présumer un traitement à l'acide pour blanchir certaines monnaies: il n'est pas exclu que les pièces gordiennes aient été légèrement décapées avant étamage.

Au risque de décevoir le numismate ou l'archéologue qui demande à l'analyste une réponse simple, quelques chiffres, une date, le physicien se voit souvent obligé de l'engager avec lui dans une autre aventure, celle de la technique. L'échantillon très particulier du point de vue du laboratoire qu'est l'objet d'art, la médaille ou la monnaie, peut être suivant sa fonction et son âge témoin de gloire ou victime de son époque. Pour l'histoire des techniques, le second est au moins aussi révélateur que le premier.

Bibliographie

1. Caley E.R. Analysis of ancient metals. Ed. Pergamon, 1904.
2. of Philibert J. Microtechnic, 1903, p.134.
3. Weill A.R. apud Actes du VIIIe Congrès International d'His-

- toire des Sciences (Florence-Milan, 1950) Vol.111, p.949. of Bulletin du Laboratoire du Musée du Louvre, 1959, p.21.
4. Weill A.R. apud Archaeological Chemistry, Ed. University of Pennsylvania Press, 1967, p.313.
 5. Organ R.M. apud Recent advances in Conservation. Ed. Butterworth, Londres 1903, p.106 et fig. 4.
 6. Naster P. Revue Belge de Numismatique. Vol.XVII, 1951, p.79.

И.Д. Рожанский (СССР)

О ФИЗИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ АНАКСАГОРА

Физическая теория Анаксагора относится к числу наиболее трудных и спорных проблем истории ранней греческой науки. Центр тяжести этой проблемы лежит в установлении соотношения между двумя классами вещей, имевшими фундаментальное значение в анаксагоровской физике. Первый из этих классов включал в себя все многообразие встречающихся в природе веществ, таких, как золото, железо и прочие металлы, мясо, кость, мозг, древесина и другие компоненты животных и растительных организмов; причем эти вещества, или их частицы, обозначались у Анаксагора термином $\sigma\pi\epsilon\rho\mu\alpha\tau\alpha$ (семена). Второй класс был представлен несколькими парами противоположностей; к ним относились, в частности, теплое и холодное, сухое и влажное, светлое и темное и т.д. Для этих противоположностей у Анаксагора, по-видимому, не было общего обозначения; ссылаясь на них, он просто перечислял три или четыре конкретные пары.

Вопрос состоит в следующем: какой из этих двух классов следует считать первичным, более элементарным? Этот вопрос находился в центре оживленной дискуссии по поводу теории Анаксагора, инициированной хорошо известными книгами Поля Таннери и Джона Бернета об учениях ранних греческих философов. В этой дискуссии, продолжавшейся несколько десятилетий, приняли участие многие ученые Европы и Америки; ее результаты (если условно считать ее завершённой) могут быть сформулированы следующим образом: в теории Анаксагора не существует альтернативы "семена или противоположности", эта формула должна быть заменена другой: "семена и противоположности", причем оба эти класса сущностей обладают одинаковой степенью элементарности. Я сошлюсь в этой связи на авторитетное мнение проф. У.К.Ч. Гатри, который писал в своей "Истории греческой философии":

"Я предполагаю (или, лучше сказать, я убежден), что для Анаксагора не существовало различия между противоположностями... и другими веществами, например, мясом и золотом, в отношении характера их существования" (W.K.C.Guthrie. A history of Greek philosophy, vol. II. Cambridge, 1965).

Характер существования обоих классов в теории Анаксагора, возможно, был тем же самым, но роль, которую они играли в процессе образования космоса, могла быть, тем не менее, совершенно различной. В чем состоит это различие? В ходе моей работы над книгой об Анаксагоре я сделал попытку ответить на этот вопрос, предложив новую реконструкцию физики Анаксагора. Разумеется, сегодня я буду в состоянии лишь перечислить основные идеи, которые лежат в основе этой реконструкции.

Первая идея состоит в утверждении существенной независимости двух вышеупомянутых классов. Это означает, что вещественная природа семян отнюдь не определяется у Анаксагора тем или иным соотношением теплоты, сухости, яркости и т.д.; с другой стороны, удостоверяемое нашими чувствами наличие этих "качеств" само по себе не зависит от преобладания каких-либо веществ типа мяса, золота и тому подобных. Так, например, золото может быть холодным или горячим, не переставая быть золотом, древесина может быть сухой или влажной, оставаясь при этом древесиной, а мясо может заключать в себе различные отношения порций светлого и темного. Существенные свойства веществ — те свойства, которые делают золото золотом и мясо мясом — имеют совсем другую природу. Это обстоятельство подчеркивается самим Анаксагором, когда он указывает, что семена обладают различными формой, цветом, вкусом и запахом (παντοίας ἰδέας ἔχοντας καὶ χροίας καὶ ἡδονάς.— DK 59, B 4). Мы можем расходиться в вопросе о семантических оттенках, которые могут быть присущи терминам ἰδέαι, χροίαι, ἡδοναί, но во всяком случае очевидно, что обозначаемые ими свойства семян не имеют ничего общего с противоположностями горячего и холодного, сухого и влажного и других.

Если это так, то в чем же состоит роль этих противоположностей? Различные их комбинации — и это есть вторая главная идея моей реконструкции — воспринимаются нами в форме эфира, воздуха, тумана, воды, земли, камней, которые обычно именуется стихиями или элементами, хотя они не были элементарными в физической теории Анаксагора. Так эфир может быть определен как некая область пространства, где теплота, сухость, яркость и легкость преобладают над противоположными им сущностями. В случае воздуха, воды и т.д. соотношение будет уже другое.

Аристотель указывает, что эфир, воздух и т.д. не считаются у Анаксагора простыми или первичными субстанциями, но рассматриваются им как "панспермии", т.е. как собрания или смеси всевозможных семян. Действительно, из анаксагоровского принципа "все заключается во всем" следует, что в любом сколь угодно малом объеме пространства содержатся семена всех без исключения родов. Таким образом, как в эфире, так и в воздухе, а равно и в других элементах имеются бесчисленные множества бесконечно малых частиц тех же самых веществ — золота, мяса, кости, мозга, древесины и т.д. Но в эфире эти частицы становятся сухими, светлыми и горячими, в то время как в воде частицы тех же веществ будут влажными, темными и холодными. Это соотношение между стихиями и семенами не осознавалось никем из позднейших доксографов. Аристотель, по-видимому, понимал его, но для него было абсолютно неприемлемо допущение независимости таких "качеств", как

теплота, сухость и другие, от семян или, как он называл их, "гомеометрий" (τὰ ὁμομετρή).

Наша интерпретация позволяет истолковать некоторые неясные места в дошедших до нас фрагментах сочинения Анаксагора. Возьмем, например, двенадцатый фрагмент, в котором описывается образование космоса, явившееся следствием инициированного "нусом" круговращательного движения первичной смеси. В этом фрагменте есть такая фраза: καὶ τὰ συμμισθόμενα τε καὶ ἀποκρίόμενα καὶ διακρίόμενα παντὰ ἔγνω νοῦς (DK 59, B 12). Что означает эта последовательность причастий: συμμισθόμενα, ἀποκρίόμενα, διακρίόμενα? Я уверен, что их повторение отнюдь не сводится к чисто эстетической функции, но что каждое из причастий относится к определенному физическому механизму. Тщательный анализ всех фрагментов Анаксагора подтверждает, как нам кажется, такое предположение.

Глагол ἀποκρίεσθαι в его различных формах встречается в дошедших до нас фрагментах 16 раз. Он был, по-видимому, одним из наиболее часто употреблявшихся Анаксагором терминов, имевших специальное значение. Нетрудно показать, что этим термином обозначается механизм постепенного расслоения стихий – эфира, воздуха, воды, земли, – отделявшихся от первичной смеси, παντὰ ὁμοῦ, когда последняя была приведена в круговращательное движение. Интенсивность этого отделения зависела, по словам самого Анаксагора, от скорости вращения:

"Таким образом происходит вращение и отделение этих веществ под действием силы и скорости. Ведь силу порождает скорость" (DK 59, B 9).

Отмеченная в этой фразе закономерность предвосхищает соотношение между силой и скоростью, появляющееся позднее в физике Аристотеля.

Глагол διακρίεσθαι (у позднейших доксографов заменяемый иногда другим глаголом – ἐκκρίεσθαι) обозначает более тонкий механизм разделения первичной смеси, основанный на положении "подобное стремится к подобному". Мельчайшие частицы различных веществ, первоначально находившиеся в состоянии полного смешения, начинают – будучи приведены в движение – соединяться с себе подобными частицами. Именно таким путем образуются кажущиеся однородными массы различных веществ. С помощью этого механизма объяснялись процессы питания и роста живых организмов. В дошедших до нас фрагментах глагол διακρίεσθαι встречается 8 раз.

Третий физический механизм, намеки на который можно усмотреть в нескольких фрагментах, обозначался, по-видимому, с помощью двух глаголов: συμμισθεσθαι и συμτήγνυσθαι, которые в соответствующих местах должны переводиться словами "соединяться", "составляться". Этот механизм был Анаксагору нужен для объяснения того, каким образом некоторые сложные агрегаты (например, зародыши животных или растительных организмов) могли возникнуть из беспорядочной смеси всевозможных семян. Физический принцип, лежащий в основе этого третьего механизма, представляется менее ясным, чем в первых двух случаях.

Судьба и сущность математического атомизма Демокрита не получили до настоящего времени всестороннего освещения и логико-исторического анализа. Отсутствие четкого разграничения двух аспектов атомистики Демокрита, характерное для древности, было увековечено авторитетом Аристотеля. Подобная ситуация характерна и для нового времени вплоть до начала XX века. И совершенно справедливо замечание С.Я. Лурье о том, что даже "такие авторитетные специалисты по древней философии, как Лахман, Целлер и Узенер, по-видимому, даже не понимали разницы между физическим атомизмом и математическим, а поэтому математический атомизм остался ими совершенно не замеченным" [1, стр. 8].

Единого мнения о математическом атомизме Демокрита не существует до настоящего времени. Работ, в которых затрагивается проблема раздвоения атомистики Демокрита на физическую и математическую, весьма мало. В большинстве исследований о Демокрите отсутствует вообще какое-либо упоминание о математическом атомизме.

Амеры, основа математического атомизма Демокрита, выступающие, с одной стороны, как составные части атомов, а с другой — как "атомы" пространства, до сих пор мало исследованы.

В основу физического реального мира Демокрит положил пустоту и атомы. Последние неделимы физически, не разрезаемы в силу плотности и отсутствия в них пустоты (наделенные многими свойствами тел видимого мира, как то: изогнутость, крючковатость, пирамидальность и т.д.) и образуют в своем бесконечном многообразии (как по форме, так и по величине и порядку) все содержание реального мира. Однако в основе этих различающихся по величине и форме атомов лежат амеры истинные неделимые, лишенные частей, что и выступает критерием математической неделимости. Амер — это пространственный минимум материи, материальный "атом" дискретного пространства, на котором базируется вся атомистическая математика.

Нам бы хотелось кратко проанализировать, к чему же сводятся аргументы авторов, отрицающих реальность амеров или наличие математического атомизма (америзма) у Демокрита. Как правило, выделяют три пункта:

1. У нас нет достаточных данных утверждать, будто Демокрит признавал существование внутри физических неделимых атомов в качестве их компонентов еще более мелких неделимых частей, т.е. амеров.

2. Говоря об атомах как физических минимумах, Демокрит должен был постулировать у них и минимальную тяжесть. Амеры же, выступая как части минимума, лишены тяжести. Тогда каким образом из элементов, не обладающих тяжестью, возникает тяжесть, присущая атомам?

3. Реальность амеров отрицается на том основании, что Демокрит их лишь "мысленно усматривал" в качестве частей атомов.

Трудно согласиться с мнением, что у нас нет достаточных данных, подтверждающих существование в системе Демокрита амеров, как составных частей атомов, играющих роль пространственного минимума материи. Во-первых, в свидетельствах Александра Афродисийского, Фемистия и других непосредственно затрагивается проблема соотношения атомов и амеров. Во-вторых, о наличии америзма в системе Демокрита можно судить, исходя из логического анализа произведений древнегреческих философов.

Например, в сочинении "О небе" Аристотель пишет, что, постулируя неделимые тела, Демокрит и Левкипп должны впасть в противоречие с основами математики, ибо "введение самой маленькой величины расширяет самые великие основы математики" (1.5.271в). Причем необходимо подчеркнуть, что в рамках математической проблематики континуалисты восстают не против физических атомов, которые разнятся по величине и форме, а выступают именно против принятия "самой маленькой величины". Так, в схолии к Эвклиду мы встречаем весьма характерное положение: "Что не существует наименьшей величины, как утверждают демокритовцы, видно и из этой теоремы, согласно которой всегда можно получить величину, меньшую всякой данной" [2, стр. 101], т.е. бесконечная делимость противопоставляется амерам. И в вышеприведенном рассуждении Аристотеля речь безусловно идет о математически неделимых амерах, которые действительно выступали по отношению к континуальной математике как основа конкурирующего направления — математики атомистической, у истоков которой стоит Демокрит, преуспевший в мастерстве египетских гарпедонаптов.

В очень интересной апории Демокрита о рассечении конуса плоскостью, параллельной основанию, решение ищется на пути атомистической математики, представляя конус как совокупность моноамерных дисков уменьшающейся площади по направлению к вершине, которая суть амер (конус имеет гладкий вид на уровне чувственного познания, на самом же деле является фигурой ступенчатой на уровне амеров). Весьма симптоматично, что Лукреций в своей поэме "О природе вещей", говоря о предельных наименьших элементах, которые "меньше всего по природе своей", оперирует понятием *какумен* (*сасипен*), которое дословно означает именно коническую вершину [3, стр. 41].

Необоснованным, на наш взгляд, является и второй аргумент, направленный против реальности амеров, он восходит к Александру Афродисийскому. Дело в том, что Демокриту не свойственно представление об атомах как минимуме тяжести. Подобные представления противоречат логике физической атомистики Демокрита, в которой принимались атомы различной величины, а следовательно, и различной тяжести. Нам представляется положение Александра Афродисийского о том, что "не имеющие частей, неделимые, постигаемые умом в атомах и являющиеся их частями, невесомы" [2, стр. 65], следствием смешения идей Демокрита с положениями платоно-пифагорейской школы, что было характерно для древности. В этой связи весьма показателен тот факт, что, например, Аэций отрицал тяжесть не только у амеров, но и у самих атомов [2, стр. 73].

В основу третьего аргумента, отрицающего реальность амеров, кладется тот факт, что они лишь мысленно усматриваются как части атома. Несостоятельность этого аргумента вскрывается при учете специфики гносеологии Демокрита, который считал, что чувственно воспринимаемые явления ложны, существуют лишь в мнении людей; истинна умопостигаемая сущность. При учете этого положения становится ясно, что словами "мысленно усматриваемые" Демокрит хотел как раз подчеркнуть истинность и реальность амеров, — их объективность как раз и вытекает из их интеллигибельности.

Исходя из вышеизложенного, нам представляется корректной следующая реконструкция атомистики Демокрита.

Физическое деление реальных объектов останавливается на атомах (на этом уровне происходит переход от незаконнорожденного познания к познанию законнорожденному, от чувственного познания к рациональному). Необходимым условием подобного деления является пустота, которая, что важно отметить, не имеет никакого отношения к арифметико-геометрической проблематике, — она вообще непротяженна [1, стр. 60–61]. Атомы и пустота выступают основой физического мира. Однако атомы не являются абсолютной границей нашей дедукции, они доступны теоретическому анализу. В процессе подобного исследования атомов мы доходим до амеров, математически неделимых объектов, лишенных частей (логический предел анализа), составляющих структуру атомов и выступающих как пространственный минимум материи, основа дискретной математики.

Нам представляется весьма актуальным систематическое исследование древнегреческой атомистики в единстве ее физического и математического аспектов.

Литература

1. С.Я. Лурье. Теория бесконечно малых у древних атомистов. М., 1935.
2. Материалисты древней Греции. М., 1955.
3. Лукреций. О природе вещей, т. 1. М., 1945.

Я.Г. Дорфман (СССР)

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА ПЛАТОНА

Физические представления, изложенные Платоном в его диалоге "Тимей", до сих пор недостаточно изучены, редко упоминаются в литературе по истории физики и к тому же по-разному оцениваются. Одни, как Ф. Розенбергер, считают их ничего не значащими [1], другие, как Э.Гоппе, признают их наивысшим достижением античной физики [2]. "Тимей" изучался и переводился на современные языки почти исключительно филологами и философами [3], [4], [5], которые не могли вникнуть глубоко в физику Платона. Поэтому мы предприняли подробное изучение

подлинника. Как известно, основу "Тимея" составляет обширный доклад, прочитанный в Афинах неким "высокообразованным астрономом и естествоиспытателем" Тимеем, о котором нам ничего не известно, кроме того, что это историческое лицо. В докладе чередуются мистические сказания об идеальном Мире, подчиненном Разуму, и научное описание реально наблюдаемого Мира, подчиненного Необходимости, т.е. законам Природы. Здесь наряду с опытами излагаются "наиболее правдоподобные" представления о строении материи и внутреннем механизме физических процессов.

В основе физики Платона (Тимея) лежит классификация всех наблюдаемых тел на четыре вида ($\gamma\epsilon\acute{\iota}\eta$), или четыре группы: 1) "землеобразные", 2) "водообразные", 3) "воздухообразные", 4) "огнеобразные". Эти четыре группы тел (кратко именуемые "земля", "вода", "воздух" и "огонь") не являются ни химическими элементами, ни агрегатными состояниями в обычном смысле. Так, к группе "землеобразных" Платон причисляет все твердые тела (камни, считавшиеся в ту эпоху неплавящимися, и руды); к группе "водообразных" отнесены тела, способные существовать как в твердом, так и в жидком состоянии (металлы и вода); в группу "воздухообразных" включены пары и воздух, а в группу "огнеобразных" — пламя, свет, тепло и воспламеняющиеся испарения. Все тела предполагаются состоящими в основе из некой единой первичной бесформенной материи. Но все они построены из невидимых структурных "частиц", или "корпускул" ($\sigma\acute{\upsilon}\mu\mu\alpha\tau\alpha$).

Каждая группа тел характеризуется геометрической формой своих "частиц". Платон считает "наиболее правдоподобной" форму правильных многогранников в силу их эстетического совершенства. При выборе форм частиц каждого отдельного вида Платон руководствуется двоякими соображениями. Во-первых, форма "частиц" тела должна соответствовать основным его физическим свойствам (твердость, плавкость, воздухообразность, подвижность и т.д.). Во-вторых, Платон предполагает, что "вода", "воздух" и "огонь" должны (в отличие от "земли") обладать способностью превращаться друг в друга. Он приписывает частицам "землеобразных" тел форму куба; частицам "водообразных" тел — форму икосаэдра; частицам "воздухообразных" тел — форму октаэдра и частицам "огня" — форму тетраэдра. Платон обращает внимание на то обстоятельство, что у тетраэдра, октаэдра и икосаэдра (согласно геометрии правильных многогранников, впервые разработанной современником Платона Теэтетом) все грани одинаковы и представляют собою равносторонние треугольники, из которых каждый может быть разбит на шесть прямоугольных треугольников с отношением сторон $1:\sqrt{3}:2$. Куб обладает квадратными гранями, каждая из которых может быть разбита на четыре прямоугольных треугольника, но с отношением сторон $1:1:\sqrt{2}$. Платон предполагает далее, что все многогранники являются пустотелыми и что тетраэдр, октаэдр и икосаэдр могут распадаться на равносторонние треугольные (или соответственно прямоугольные треугольные) тонкие пластинки с отношением сторон ($1:\sqrt{3}:2$), а затем, вновь соединяясь, образовывать любую из этих трех фигур. Следовательно, этим способом они могут превращаться друг в друга. "Земле мы придаем кубическую форму, — говорит Платон, — ибо среди этих

четыре вида земля является наименее подвижной, а среди всех тел наиболее крепкой... Наименьшую телесность мы придаем огню, наибольшую, напротив, воде, а воздуху промежуточную. Из всех них то, что имеет меньше всего граней, должно быть наиболее подвижным и проникающим, поскольку оно наиболее остроконечно из всех прочих и к тому же легче их всех, ибо оно состоит из наименьшего числа однородных частей". Итак, Платон считает треугольные пластинки граней весомыми, т.е. материальными, а вовсе не отвлеченными математическими формами, как их ошибочно представляет В. Гейзенберг [6]. Платон даже утверждает, что эти пластинки скреплены друг с другом "посредством бесчисленных миниатюрных штифтиков". Каждая из четырех групп тел охватывает большое число различных веществ, отличающихся друг от друга только размерами своих одинаковых по форме многогранников. Верхний предел размеров их, однако, таков, что в отдельности даже самые крупные из них невидимы.

Платон предполагает, что существует, например, несколько разновидностей "огня", а именно — пламя, затем "разновидность, происходящая из пламени, но не вызывающая ожогов", которая представляется глазам светом и, наконец, "то, что остается от огня в накаливаемых телах, когда пламя потушено", т.е. тепло. По-видимому, именно у Платона впервые появилось понятие о материи тепла, т.е. о теплороде.

Платон подробно рассматривает процессы размягчения, плавления, испарения, затвердевания, растворения и т.д. Все эти фазовые переходы происходят благодаря столкновениям движущихся многогранников. Движение же возникает среди них при наличии в среде "неоднородностей". Платон специально подчеркивает, что в однородной среде движение возникнуть не может.

Проникновение "острых" и "колючих" тетраэдров "огня" в промежутки между кубами "землеобразных" тел может временно расчленять их, не превращая в жидкость. Точно так же объясняется и растворение "землеобразных" тел, например соли в воде. Икосаэдры воды проникают в промежутки между кубами соли, временно расчленяя или, так сказать, размывая ее. Проникновение тетраэдров "огня" в твердую фазу "водообразного" плавкого вещества расчленяет его икосаэдры и переводит в жидкую фазу. При дальнейшем внедрении в жидкость "острых" огненных частиц последние "разрывают" сами икосаэдры жидкости на отдельные треугольные пластинки, которые, затем соединяясь между собой, образуют октаэдрические частицы воздухообразного пара. Удаление частиц огня приводит к застыванию расплава. При всех этих процессах перестройки обязательно сохраняется общее исходное число треугольных пластинок, играющих как бы роль атомов. Платон формулирует своеобразные уравнения баланса такого типа:

1 "вода" → 2 "воздух" + 1 "огонь", т.е. 20 треугольников "воды" превращаются в 2×8 треугольников "воздуха" + 4 треугольника "огня".

Помимо этого основного "закона сохранения" Платон формулирует три закона фазовых равновесий, определяющих направление процессов. Если в тексте этих законов заменить слово "вид" на термин "фазу", то законы его приобретают весьма современный облик. Приводим их дословно.

I закон: "Никакая фаза вещества не может ни вызывать изменение в однородной и тождественной ей фазе, ни испытать воздействие со стороны фазы ей подобной".

II закон: "Всякий раз, когда одна фаза вводится в другую фазу, будучи сама менее прочной, чем вторая фаза, то первая фаза не перестает растворяться во второй, покуда продолжается между ними борьба".

Пример: "Если более мелкие частицы, притом присутствующие в небольшом количестве, окружены большими и более многочисленными частицами другой фазы, то они разламываются и угасают. Но ежели эти частицы способны перестраиваться и принимать структуру преобладающей фазы, то они перестанут угасать. Так за счет огня образуется воздухообразная фаза, за счет воздухообразной — создается водообразная".

III закон: "Если частицы одной фазы начинают уже соединяться в единое целое, но подвергаются нападению другой фазы, то возникает новая непрерывная диссоциация, которая будет продолжаться до тех пор, покуда частицы другой фазы не будут либо окончательно исторгнуты, или растворены, или покуда они не найдут убежища около тождественной с ними фазы, или же покуда они, будучи окончательно побеждены, не превратятся в однородную массу, сходную с фазой, их победившей, и не сольются с нею".

Приведенные примеры показывают, что в "Тимее" Платона мы встречаем развернутую систему молекулярной физики, не имеющую аналога в античной науке. Физика Платона-Тимее не была понята античными натурфилософами (например, Аристотелем), но она оказала известное влияние на физиков и химиков XVI—XVIII веков. Она заслуживает, по видимому, внимательного изучения.

Литература

- [1] Ф. Розенбергер. История физики. Перевод под ред. И. Сеченова, ч. I. М.-Л., 1933.
- [2] E. Норре. Handbuch der Physik, Band 1, Kap. 1. — Geschichte der Physik. Berlin, 1926. S. 8—9.
- [3] Platonis opera. Recog. I. Bumet, T. IV. Paris, 1959.
- [4] E. Sachs. Die fünf platonischen Körper. Berlin, 1917.
- [5] Ch. Mugler. La physique de Platon. Paris, 1960.
- [6] W. Heisenberg. Physics and philosophy. New York, 1958, p. 69.

О ДВУХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕСТАХ В СОЧИНЕНИЯХ
ПЛАТОНА

Знаменитое математическое место 546С в VIII книге "Государства" Платона начинается следующими словами: "ὄν ἐπίτριτος πυθμῆν πεμπάβι συζυγεῖς δύο ἄρμονίας παρέχεται τρίς αὐξηθεῖς". Первым комментатором этих слов Платона был Аристотель в "Политике". Он полагал, что слово *συζυγεῖς* относится к словам *ἐπίτριτος πυθμῆν*, а слово *παρέχεται* к словам *δύο ἄρμονίας*. Слова же *τρίς αὐξηθεῖς* он рассматривал как пояснение к предыдущей части фразы и отделил их запятой, которой нет у Платона. В своем комментарии он заменил эти два слова словами: "ὅταν ὁ τοῦ διαγράμματος ἀριθμὸς τοῦτου γένηται στερεός", значащими: "если геометрическое число этого рождается кубически". Первая часть этой цитаты, которая оканчивается словом *παρέχεται*, в этом толковании приобрела смысл, который по Бартеlemi-Сент-Илеру гласит: "Увеличенный на одну треть корень, сложенный с пятеркой, дает две гармонии". Смысл же всей цитаты по Аристотелю следующий: "ἐπίτριτος πυθμῆν" "сложенный с пятеркой дает две гармонии, если геометрическое число этого рождается кубически". Толкованию Аристотеля следовали все позднейшие комментаторы. Кубическое рождение геометрического числа "этого", т.е. некоторого соединения *ἐπίτριτος πυθμῆν* с пятеркой, рассматривали или как трехкратное увеличение этого соединения, или как возведение его в третью степень. Отличия между переводами состояли еще главным образом в толкованиях слов *ἐπίτριτος πυθμῆν* и *συζυγεῖς*. Но несмотря на эти отличия все комментаторы и переводчики (Шлейермахер, Карпов, Дюлюи, Джонетт и др.), следуя толкованию Аристотеля, единодушно полагают, что Платон говорит о некоторой операции над соединением пятерки и *ἐπίτριτος πυθμῆν* и эта операция дает две гармонии. Мы спрашиваем теперь: какое право имел Аристотель отделить слова *τρίς αὐξηθεῖς*, которые в точном переводе значат — "троекратные увеличения", запятой, отсутствующей у Платона, и заменить их словами "если геометрическое число этого рождается кубически?" Наше исследование дает следующий ответ: Аристотель не понял ни одного из цитированных слов Платона и не был знаком с той математической теорией, о которой он говорит. Чтобы понять слова Платона, необходимо восстановить древнюю математическую теорию. Эту почти неразрешимую задачу позволяют решить известные сочинения последователей Платона: "Изложение математических вещей, нужных для чтения Платона" Теона Смирнского и 27-й комментарий к "Государству" Платона Прокла Диадоха. Опираясь на сочинение перипатетика Адраста, Теон излагает теорию чисел ранних пифагорейцев. Однако тому месту его сочинения, которое чрезвычайно важно для расшифровки 546С, до сих пор не придавали значения. Это место находится в главе "О сторонних и диагональных числах" и гласит: "ἐπεὶ δὲ ὅσον ἢ πλευρὰ δισδύ-
vαται, ἢ διάμετρος ἄταξ", т.е. "ибо сколько сторона дает в квадрате дважды, диагональ однажды". В "Арифметике и алгебре в древнем мире" Вы-

годский утверждает, что эти слова не больше, чем метафизический довод. Место из Прокла гласит: "ἢ καὶ ὁ Πλάτων εἶπεν τὸν ὀκτῶ καὶ τετταράκοντα ἀριθμὸν εἶναι ἀπὸ διαμετρῶν ῥητῶν", т.е. "также Платон говорит в восьмой и сороковой число есть из рациональных диагоналей..." Прокл связывает эти слова с пифагорейской теорией сторонних и диагональных чисел и поэтому его слова – "также Платон" – указывают на существование связи между этой теорией и 546С. Открыть, в чем состоит эта связь, позволяют цитированные слова Теона, которые не содержат никакой метафизики и имеют глубокий математический смысл. Этими словами Теон поясняет, почему он в его общеизвестном вычислении сторонних S_n и диагональных D_n чисел для квадрата, производимом им по правилу, которое записывается рекуррентными формулами $S_n = S_{n-1} + D_{n-1}$; $D_n = D_{n-1} + 2S_{n-1}$, прибавляет к диагонали две стороны. Согласно его пояснению, он прибавляет к диагонали две стороны, так как квадрат стороны содержится в квадрате диагонали два раза. Свое вычисление сторонних и диагональных чисел для квадрата Теон начинает словом οἶον ("например"). Теперь ясно, что это слово имело глубокое обоснование. Этим словом он подчеркивает, что его вычисление является только примером применения указанного им общего пифагорейского правила. Покажем теперь, что в цитированных нами словах 546С Платон говорит именно об этом общем пифагорейском правиле и, пользуясь им, делает первые шаги разложения $\sqrt{5}$ в нерегулярную цепную дробь. Для того чтобы это показать, необходимо рассмотреть сторонние и диагональные числа с новой исторической точки зрения. Как известно, термином "число" древние греки называли целые числа больше единицы. Поэтому первые значения сторон и диагоналей, равные единице, еще не являются сторонними и диагональными числами. Ими являются только следующие значения сторон и диагоналей. Но каждое следующее значение стороны и диагонали, т.е. каждое стороннее и диагональное число, согласно правилу их построения, связывает два слагаемых: Таким образом, каждое стороннее и диагональное число есть не что иное, как некоторая связь. Греческое слово ἁρμονία ("гармония") значит "связь". Поэтому сторонние и диагональные числа можно называть также гармониями. Отношение двух таких гармоний дает приближенное значение квадратного корня. Следовательно, это приближенное значение связано с двумя "гармониями". Греческие слова συζυγείς δύο ἁρμονία значат "связанный с двумя гармониями". Обе "гармонии" – стороннее и диагональное число – являются результатом увеличений начальной стороны и диагонали. Греческое слово αὐξηθεῖς значит "увеличения". Чтобы получить приближение $\sqrt{5}$, равное $2\frac{1}{3}$, эти увеличения нужно произвести три раза. Греческое слово τρίς значит "три раза". Приближенное значение $\sqrt{5}$, равное $2\frac{1}{3}$, является целочисленной частью этого корня, увеличенной на треть. Греческие слова ἐπίτρισς значит "увеличенный на треть", πρῶτην – "коренное число", или "число корня". Дательный же падеж πεμπάδι в конструкции πρῶτην πεμπάδι означает, что это число корня принадлежит пятерке. Целочисленная же часть корня пятерки-двойки –

больше единицы. Поэтому двойка — это $\tau\upsilon\theta\iota\eta\nu\ \pi\epsilon\upsilon\tau\acute{\alpha}\delta\iota$. Теперь мы можем правильно перевести цитированные нами слова Платона: "Увеличенное на треть коренное число пятерки, связанное с двумя гармониями, дает трехкратные увеличения". Таким образом, это математическое место, вопреки традиционному мнению, не содержит никакой числовой мистики и имеет большое познавательное значение для историко-математической науки. Оно свидетельствует о том, что ранние пифагорейцы более чем за 2000 лет до Бомбелли и Каталди сделали первые шаги разложения \sqrt{N} в нерегулярную цепную дробь.

Рассмотрим теперь феодорово место в "Теэтете" Платона. Это знаменитое математическое место начинается следующими словами: "περὶ δυνάμεων τὴ τριῖν θεόδωρος ὄβει ἕξαφθε, τῆς τε τρίποδος περὶ καὶ πεντέποδος [ἀποφαίνων] ὅτι μήκει οὐ ἴσμεν τρῶς τῇ ποδίαίᾳ". Шлейермахер и вместе с ним все последующие комментаторы этих слов Платона полагают, что слова τῆς τε τρίποδος ... καὶ πεντέποδος означают здесь квадратные футы и относят их к слову δυνάμεων. Если слова περὶ δυνάμεων переводятся словами "о квадратах", то конструкция περὶ δυνάμεων ... τῆς τε τρίποδος περὶ καὶ πεντέποδος [ἀποφαίνων] переводится словами "о квадратах... относительно трехфутového, также пятифутového (доказавший)...". Мы спрашиваем теперь, какие есть основания полагать, что в "Теэтете" Платон отступил от общепринятого словоупотребления и вопреки терминологии, принятой им в "Меноне", словами τῆς τρίποδος, πεντέποδος называет не линии длиной в три фута, в пять футов, а площади в 3 кв. фута, в 5 кв. футов? Наше исследование дает следующий ответ. Таких оснований нет. В "Теэтете" Платон пользуется той же терминологией, что и в "Меноне". Все же переводы этих слов Платона, согласно которым слова τῆς τρίποδος, πεντέποδος означают квадратные футы, ошибочны. Опубликованный в 1970 г. во втором томе нового русского издания сочинений Платона правильный перевод цитированных нами слов, сделанный А.Ф. Лосевым при нашем участии, гласит: "Вот Феодор объяснял нам на чертежах нечто о сторонах квадрата (площадь которого выражена продолговатым числом), налагая их на трехфутový и пятифутový (отрезки) соответственно и доказывая, что по длине они несоизмеримы с однофутovým (отрезком)...". Таким образом, правильный перевод открывает данное Платоном точное описание геометрического построения Феодора. Оно состоит в наложении отрезка, несоизмеримость которого с единичным отрезком нужно доказать, на целочисленный отрезок, являющийся его квадратом. Опираясь на это построение, на расшифровку математического места 546С в "Государстве" и на 27-й комментарий Прокла к "Государству", метод Феодора нами восстановлен.

Elfriede Tielsch (West-Berlin)

DER EINFLUSS DES PLATONISCHEN UND ARISTOTELISCHEN
IDEALISMUS-MATERIALISMUS AUF DIE DEUTUNG
DER GESCHICHTE DER GRIECHISCHEN NATURWISSENSCHAFT
UND KULTURTHEORIE

A. Hauptunterschiede der wissenschaftlichen griechischen
Geschichtsschreibung gegenüber der Philosophiegeschichts-
schreibung

1. Die Entstehung der allgemeinen Geschichtswissenschaft.

Die wissenschaftliche Geschichtsschreibung der Griechen als historisch-politisch-soziologische Disziplin entsteht — mit Hekataios bzw. Herodot — bereits im Rahmen der ionischen Naturphilosophie und Sophistik, d.h. im Zeitalter der Wissenschaftsentdeckung überhaupt und ihrer Hochblüte zwischen 600 und 400 v. Chr. I Mit den anderen Einzelwissenschaften zusammen gewinnt auch sie dort also, schon vorplatonisch, den Rang einer bewußt methodischen und Objektivität erstrebenden Auffassung der Vergangenheit. Die Historie befreit sich nämlich, wenigstens grundsätzlich, von ihrer vorwissenschaftlichen Form als bloß mythischer oder religiöser Offenbarung bzw. bloßer Chronik. Sie wird zugleich aus dichterischer, rhetorisch-dramatischer oder nur aktual-agonaler Kunst eine prosaisch-realistische Darstellung. Sie argumentiert damit auch nicht mehr nur vom Standpunkt naiver Parteilichkeit aus. Sie wendet vielmehr die in der Sophistik schließlich voll entwickelte, theoretisch-kritische, empirisch-rationale Erkenntnis-, Handlungs- und Hypothesenlehre auf ihr Objekt an. Sie lernt folglich, die Möglichkeiten der Verfärbung der historischen Tatsache durch die "Gunst", d.h. die ideologische Einstellung des Zeugen zu ihr, sachgerecht zu berücksichtigen. D.h. sie erkennt, was fides historica überhaupt ist und leisten kann.

2. Der Ursprung der Philosophiegeschichtsschreibung.

Fragen wir entsprechend, wann, wodurch und in welcher Qualität die erste Philosophiegeschichtsschreibung entsteht, so fällt die Antwort nicht gleich günstig aus. Die Besinnung der Philosophie auf ihre eigene Geschichte, d.h. auf das Ereignis der Entdeckung von Wissenschaft als Phänomen an sich und ihrer Eingliederung in die schon vorhandene, hochstehende orientalische Beobachtung und Praxis, kann zwangsläufig erst beginnen, als sich ein gewisser Zeitraum damit erfüllt hat. Außerdem muß noch die Epoche der ersten, gleichsam nur örtlich-explosionsartig-revolutionär auftretenden Geniephilosophie überwunden sein. Erst nämlich, als sich Philosophen und Philosophien in gewissen Brennpunkten geistig-wissenschaftlichen Lebens, also sozial und panhellenistisch begegnen bzw. in Reibung miteinander geraten, d.h. das Phänomen des consensus oder Dissensus philosophorum entsteht, kann man auch die diesem eigene Gesetzmäßigkeit und Kontinuität entdecken. Die faktische geistige oder, in Schulen auch praktische Häufung von Gelehrten gibt also den Anreiz dafür, das Philosophiephänomen als sich seit mehreren Generationen manifestierendes zu erkennen und in bestimmte Reihenfolgen zu bringen.

a. Philosophiegeschichte entsteht im Sog der hellenistischen

Schulbildung. Wie die allgemeine Geschichtsschreibung dem Geist der ihr gleichzeitigen ionisch-wissenschaftlichen Naturphilosophie teilt, d.h. empirisch ist, so unterliegt die Philosophiegeschichtsschreibung damit aber ebenfalls dem jetzt vorherrschenden Zeitgeist der Schulphilosophie. Schon seit ihrem Beginn sucht sie ihre Ahnen also vor allem vom Schulzweck und -system aus auf und deutet sie entsprechend. Es ist also der Schulparteibegriff als auswählender, weltanschaulich-häretischer, der die Auffassung und Konstruktion bereits der ersten philosophiegeschichtlichen Bemühun-

gen entscheidend prägt. Alle frühere, bisher meist nur einzelhafte, aktuale Selbstdarstellung enthaltende Philosophie wird daher plötzlich und fast ohne Durchgang durch die schon bestehende, wissenschaftlich-historische Theorie der empirischen Geschichtsforschung von dieser einseitigen, schulparteilichen, systembildenden historischen Haltung abgelöst.

b. Philosophiegeschichte beginnt als unkritische Dogmengeschichte. Als der Schuletablierung und verteidigung dienende Geschichte versteht sich die einsetzende Philosophiegeschichte jedoch auch sofort als dogmatische Geschichte. Sie dient also keiner möglichst objektiven Eruiierung der Wissenschaftsgeschichte überhaupt und im ganzen, sondern der Untermuerung bloß der Hauptgedankengänge der Schule oder ihrer Gründer. Man hält sich auch methodisch daher nicht mehr an die Grundsätze aller schon frühen kritischen, systematischen wie historischen Glaubensbildungslehre, daß jede Pistis erst aus der gesammelten Erfahrung abzuleiten und zudem noch in sich, nach speziellen Tropen, zu prüfen ist. Man setzt die Schulaxiome der Geschichtsforschung vielmehr ebenfalls nur einfach-gläubig-dogmatisch voran. Man entwickelt also eine doxographische und "kirchenväterliche" Philosophiegeschichtsdeutung, die sich im Grunde in der Diallele erschöpft.

Selbst diese schuldogmatische Philosophiegeschichtsschreibung vom 4. Jh. ab fällt also zwar nicht mehr in diejenige echt mythische oder einfach hochreligiöse Geschichtsschreibung zurück, wie sie in der außergriechischen Welt noch andauert oder erst voll erblüht. Denn auch im hellenistischen Griechenland muß man noch mit einer tiefsitzenden Volksbildung in rationaler Wissenschafts-, Glaubens- und Geschichtstheorie sowie dem kritischen Schafstsinn zumindest der gegnerischen Schule rechnen, d.h. mit mehr gekonnter Skepsis als je wieder in der Welt. Die historischen Mythen

eines Platon sind daher keine wirklichen Mythen mehr. Sie sind vielmehr bewußt dogmatisch-ideologisch konstruierte. Für jeden Damaligen erkennbar werden sie auch nur als solche präsentiert. Jedes schulische Dogma bleibt also schon säkularisierte Ideologie. Jedoch geht man an die Geschichtsforschung eben auch lediglich von dieser vorgefaßten Ideologie aus heran. Man interpretiert die Wissenschaftsgeschichte also, anachronistisch, als Ideengeschichte und legt sie nur von diesem Gesichtspunkt her aus.

c. Philosophiegeschichte begründet sich als spekulative Geschichtsdoktrin. In vielen Schulen verläßt die Philosophiegeschichte mit ihrer dogmengeschichtlichen Einstellung aber auch noch den Umkreis der wiedereinreißenden einfachen Dogmatik. Man gebraucht nämlich im zunehmenden Maße sophistische Trugschlüsse sowie negative und absolute Begriffe, um diese Dogmen zu bilden. Aus diesen systematischen schulischen Archai ergeben sich folglich für die Geschichtsforschung ebenfalls metaphysisch-spekulative Kategorien. D.h. man beginnt auch historisch entsprechende Erstanfänge, Endziele, Zwangsabläufe oder Entwicklungen anzusetzen. Die frühere empirische Geschichtsschreibung wandelt sich innerhalb der Schulideologie demnach zur angeblichen Erkenntnismöglichkeit von Geschichtsnotwendigkeiten, Entwicklungstrends und historischen Ewigkeiten von Wahrheiten oder Werten um oder wird zu sonstiger "grandioser Einheitlichkeit" und "philosophischer Archäologie" (Kant), in einer ausgesprochenen Geschichtsspekulation, gemacht.

Zusammenfassung der Prinzipien, die die spezielle Philosophiegeschichtsschreibung von der allgemeinen unterscheiden. Schlußfolgerung daraus

Die erst nach 400 v. Chr. beginnen könnende und beginnende Philosophiegeschichtsschreibung des griechischen Festlandes besitzt, außer in der politischen Sphäre, keinen Zu-

sammenhang mit der ionischen, allgemeinen Geschichtsfor-
schung mehr. Im Gegensatz zu deren wissenschaftlichen Prin-
zipien läd sie sich bei ihrem Neuanfang daher von vornherein
drei schwere halbwissenschaftliche Hypotheken auf: Weil sie
innerhalb der philosophischen Schulen entsteht, wird sie
vor allem Haeresiengeschichte, d.h. parteiliche, nicht gan-
ze Philosophiegeschichte. Sie ist deshalb von Haus aus
auch nicht mehr empirisch, sondern dogmatisch-vorurteilhaft
eingestellt. Sie geht drittens leicht zu metaphysisch-speku-
lativen Geschichtskategorien über. Als solche schulpartei-
liche, dogmatisch-ideologische und spekulative Geschichts-
schreibung eignet die Philosophiegeschichte sich im Mittel-
alter und der Neuzeit besonders gut, die Magd der hochreligi-
ösen Theologie oder der sie ablösenden weltanschaulich-sä-
kularisierten Ideologie, z.B. im Idealismus oder dialektisch-
historischen Materialismus, zu spielen sowie entsprechende
Gesellschaftsformen zu oktroyieren. An ihrer unwissenschaft-
lichen Einstellung zu sich selbst ändert nämlich auch das
Zeitalter der quantitativ-qualitativ erweiterten Forschung
des 19. und 20. Jhs. noch wenig. Denn selbst diese Philo-
sophiegeschichte identifiziert sich wieder, bei Kant, Zeller,
Hegel oder Diels-Kranz z.B., allein mit den Vorurteilen des
platonischen Idealismus, bei Lange, Marx-Lenin oder Zhdanow
lediglich mit den Vorstellungen des materialistischen Aris-
totelismus. Eine Untersuchung der Philosophiegeschichts-
schreibung auf ihre eigenenstandpunkte beginnt erst schüch-
tern und wird leicht wieder einseitig nur Schulsystemstreit.
Die Philosophiegeschichtsschreibung hat demnach immer noch
nicht den Rang der übrigen Geschichtsschreibung erreicht
und wirksam machen können.

B. Beispiele: Der Einfluß von schon Platon und Aristoteles auf die Geschichtsschreibung über die erste ionischen Natur- und Kulturphilosophie

Immens unobjektiv, wenn auch ideologisch höchst praxisbestimmend ist z.B. schon die erste ideen-metaphysische Schulgeschichtsschreibung von Platon und Aristoteles über ihre direkten Vorgänger, die ionische Naturphilosophie und Sophistik, sowie damit die Wissenschaftsentdeckung und ihre Handlungsbedeutsamkeit oder Stellung in der Gesellschaft etc. überhaupt.

1. Die noch aktual-dramatische Philosophiegeschichtsschreibung Platons. Die philosophiegeschichtliche Deutung Platons fällt in die Zeit von deren erster Möglichkeit überhaupt, kurz nach 400 v. Chr. Der Form nach verbirgt sich seine schulisch-ideologische Ahnensuche wieder hinter dem aktual-zeitgenössischen Machtkampf mit aller andern Philosophie (D.L.III 25). Sie wird von ihm also nicht mehr als abgesonderte Philosophiegeschichte verselbständigt. Seine darstellung des "Riesenkampfes" zwischen der früheren Naturphilosophie oder Sophistik und seiner parmenideischen Ideenlehre beschränkt sich daher auf die bloß dramatische Einführung entsprechender persönlicher historischer Repräsentanten, ihre aktuelle Versetzung in eine Frühzeit, eine unhistorische Zitierweise oder die mythische Einkleidung von Dialogstücken. Trotzdem ist sein ideologischer Wille, die Philosophie vor ihm, d.h. Geschichte und Inhalt der früheren Philosophie, insignifikant bzw. nur in seinem Sinne verstehbar zu machen, ganz deutlich und darum auch besonders geschichtswirksam. Jede Dialogthese will also wenigstens praktisch-historisch die andern Auffassungen zugunsten seines "Idealismus" umschreiben: die alte empirisch-rationale und kritische, relativistische Erkenntnis- und Handlungstheorie der ionischen Wissenschaft wird bewußt zerpfückt

und lächerlich gemacht; die Deduktion-Dihairesis-Dialektikmethode kategorisch in den Vordergrund geschoben; die Glaubenslehre neumythisch mißverstanden. Das ursprüngliche Verhältnis von Theorie und Praxis wird vereinseitigt. Der Naturmonismus als Grundlage einheitlicher Natur- und Kulturwissenschaft wird zum metaphysischen Dualismus gemacht. Die pluralistische, demokratische, naturwissenschaftliche begründete Lebens-, Wert- und Gesellschaftslehre wird durch eine einseitig wissenschaftlich-asketische und absolute abgelöst. Die Harmonie von Körper, Seele und Umwelt muß Herrschaftsstrukturen der Vernunft weichen. Die Volkserziehung in kritischer Absicht wird mit einer Eliteschulung und Indoktrination in geheimnisvolle Tugend- und Wahrheitsziele vertauscht. Schon Platon setzt damit das erste und größte, noch heute oft undurchschaute Beispiel aktiver historisch-ideologischer Umdeutung der Geschichte, indem er seine Vorgänger rigoros-parteilich bewertet oder in seiner eigenen Philosophie einfach verschwinden läßt.

2. Die schon ausdrückliche Philosophiegeschichtsschreibung Aristoteles'. Erst Aristoteles allerdings, in der nächsten Generation, bringt diese platonische, aktuelle Philosophiegeschichtsschreibung als förmlich gesonderte zum Vorschein und gilt damit als ihr Begründer. In Wirklichkeit erkennen wir die Platonische Methode bei ihm aber nur deutlicher. Er stellt nun nämlich auch schon abstrakt-methodisch Philosophie und Dichtung wieder über die empirisch-wissenschaftliche Historia. Prinzip der Forschung wird also ausdrücklich das platonisch-schulisch und metaphysisch aufgefaßte sowie den Hekaston unrelativistisch-einseitig bevorzugte Katholou. Gestalt, Voraussetzungen oder sozial-ökonomische Umgebung der früheren Philosophie und Philosophen werden also nicht mehr "historisch", d.h. empirisch-induktiv, und mittels Koinotäs und Diaphora betrachtet und be-

urteilt. Die ideologisch vorgefaßte, z.B. auf die eigene Archailehre abgestellte, gesamtmetaphysische Geschichtshypothese steht vielmehr als "über menschliche" (Met. 982 b 29) und "kanonische" zugegebenermaßen -- voran.

Es werden demnach auch im einzelnen nur die eigenen Kategorienauffassungen des Aristoteles selbst für seine Untersuchung der Frühgeschichte herangezogen. Es erscheinen z.B. nur die besonderen, spekulativ-aitiologische, oder die von ihm erst erfundenen und anachronistisch eingesetzten materialistischen Begriffe als Leitfäden der Geschichtsdeutung. Sein Ontologismus Logizismus oder metaphysisch gewordenes Natur (rechts)-verständnis werden zu absoluten Prinzipien der Philosophiegeschichte gemacht. Aus seiner Bevorzugung der Theorie ergibt sich darum auch erst das historische Märchen von der Entstehung aller Philosophie und dem Leben aller Philosophen abseits der Notwendigkeiten und erst nach ihrer Erringung und zwingt den idealistischen und materialistischen Wissenschaftstyp auch praktisch immer wieder in nur das Paradies oder die Hölle eines institutionell vom übrigen gesellschaftlichen Dasein abgeschnittenen "Akademgorod", während der empirische Philosoph sich nie dazu veranlaßt sieht. Alle seine und andere, nichtakademische Wirklichkeit des Philosophierens der Gesellschaft und des Individuums in der Geschichte wird auf jene voreingenommene, aristotelisch-platonische sozial-ökonomische Untersuchungsweise jedoch oft nicht einmal mehr zur Kenntnis genommen noch ideologisch geduldet.

Folgen des Zurückbleibens der Philosophiegeschichtsschreibung hinter den Maßstäben der schon früheren, vollwissenschaftlichen Historie

Mit ihrer Eingeklemmtheit in ihre eigenen Schulbegrenztheiten, dogmatischen Systeme und metaphysischen Vorurteile über sah und verdrängte schon die Philosophiegeschichtsschreibung

des Anfangs um 400 v. Chr., insbesondere auch die Platons und Aristoteles', sehr bedeutende andere wissenschaftliche Züge der frühen griechischen Natur- und Kulturphilosophie mitsamt deren Wissenschafts-, Glaubens- und Handlungstheorie selbst. Die spezielle Philosophiegeschichtsschreibung bewahrt die entsprechend dogmatisch-humanistisch erzogene Menschheit, außerhalb der Sphäre der mythischen und Hochreligionen, dadurch wohl auch noch vor einem Rückfall in die primitiveren Formen geschichtlichen Aberglaubens über Wissenschaft und Praxis. Sie stürzt sie jedoch für weiter 2300 Jahre in das ebenfalls gefährliche Abenteuer eines kritiklosen halbwissenschaftliche, naiv-parteilichen und fanatischen metaphysischen Geschichtsglaubens davon, insbesondere in der Form des Idealismus und Materialismus platonisch-aristotelischer Prägung.

Eine moderne Untersuchung der Bisherigen Philosophiegeschichtsschreibung wird sich daher mehr als seit ihrem Beginn mit diesem Phänomen ihrer eigenen zeitbedingten ideologischen Voraussetzungen befassen müssen und sie abbauen. Sie wird Philosophiegeschichte, in ihrer besonderen fides historica, also wieder, ohne Vorrang, auf den Stand der allgemeinen wissenschaftlich-empirischen Geschichtsforschung zurückbringen und dort fruchtbar machen.

Р.Б.Гамалина, Л.А.Фрейберг (СССР)

ГОМЕТРИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ В "ОПТИКЕ" ЕВКЛИДА

Пожалуй, ни один из математических трактатов древности не привлекал такого пристального внимания математиков и историков математики, как "Начала" Евклида. Значительно меньше изучена его "Оптика", по существу излагающая геометрические проблемы, связанные с законами о прямолинейном распространении света, кажущимися размерами предметов и их расстояниями от глаза.

В настоящей работе выявляются основные отличия "Оптики" от "Начал" Евклида с точки зрения геометрии. В основу положены греческий текст и латинский перевод трактата издания Гейберга 1895 г.

Как и в "Началах", Евклид приступает к изложению своей "Оптики" с определений, называемых им "положениями" ($\tau\Omega\rho\alpha\iota$ – Positionis). Мнения различных исследователей "Оптики" о числе определений расходятся. Однако, по-видимому, это расхождение определяется лишь тем, что в ряде изданий однородные положения объединены и даны под одним номером.

Остановимся на двух первых из них:

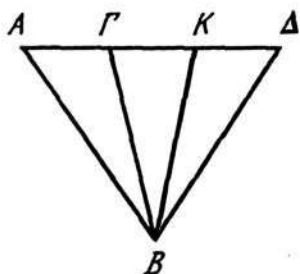
1. "Итак, предположим, что зрительные лучи идут от глаза по прямым линиям на расстоянии больших величин".

Это положение содержит основной закон геометрической оптики – закон о прямолинейности распространения света. Поскольку мы впервые в этом произведении встречаем его сформулированным в виде закона, то Евклид и считается его автором.

2. "И что фигура, охваченная зрением, есть конус, вершина которого помещается в глазу, а основание – у границ видимого предмета". Отсюда до нас дошло понятие "конуса зрения".

Отождествление зрительного луча с прямой линией и определение зависимости величины и относительного расположения предмета (или его частей) от величины или относительно расположения углов, под которыми этот предмет (или его части) рассматриваются, позволили Евклиду излагать оптику геометрическим языком. Часть предложений (теорем), рассмотренных в "Оптике", – это задачи на определение неизвестной высоты, глубины или длины предмета или нахождение геометрического места, откуда данный отрезок виден в данном отношении к его истинной величине.

Существенным отличием "Оптики" Евклида от его "Начал" является использование в ней дискретных величин. В первой теореме "Оптики" Евклид доказывает: "Ничто видимое не бывает видимо целиком". Доказательство:



"Пусть будет виден некий предмет AD , а глаз пусть будет B , от которого исходят зрительные лучи BA, BG, BK, BD . Поэтому если падающие зрительные лучи идут на расстоянии, то они не падают на AD непрерывно, так что на AD возникают расстояния, на которые зрительные лучи падать не будут. Поэтому AD не будет видимо целиком, но предполагается, что он будет видим (целиком) благодаря лучам, быстро переносимым".

Из доказательства видно, что зрительные лучи представляются Евклиду дискретными и 1-е определение его можно понимать именно в этом смысле.

На основании теоремы I доказывалось другое интересное предположение:

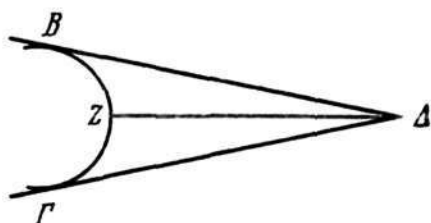
Теорема XXII. "Если окружность круга описана на той же самой плоскости, на которой помещается глаз, то окружность круга кажется прямой линией".

Эта теорема имеет три доказательства. Первые два из них основываются на зависимости видимой величины предмета от угла зрения, а третье — на I теореме "Оптики":

"Пусть имеется окружность круга ВГ, в одной и той же плоскости с окружностью ВГ пусть будет глаз Δ, от которого идут зрительные лучи ΔВ, ΔZ, ΔГ.

Значит, так как из видимых предметов ничто сразу целиком не видимо, ВZ есть прямая. Подобным образом и ZГ. Значит окружность

кажется прямой". Таким образом, если теорема XXII, с одной стороны, доказывается на основании зависимости видимой величины предмета от угла зрения, под которым этот предмет рассматривается, то, с другой стороны, в основу доказательства положено понятие о дискретности зрительных лучей.



Интересны в этом плане и другие две теоремы.

Теорема III: "Каждый из видимых предметов имеет длину удаленности, оказавшись [вне] которой, он уже невидим".

Доказательство основывается на том, что если предмет удален в положение К, то лучи ВГ и ВΔ его не достигают. А то, чего лучи не достигают, — невидимо.

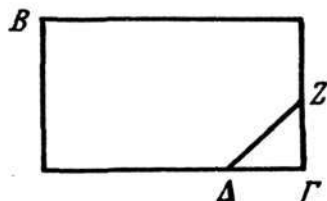
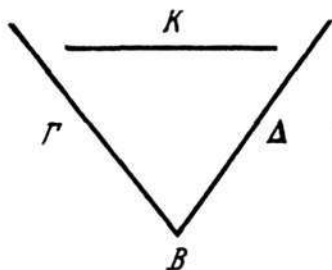
Теорема IX: "Прямоугольные величины, рассматриваемые издали, кажутся закругленными".

Доказательство: "Пусть существует прямоугольник ВГ, рассматриваемый издали. Значит, если каждый из видимых предметов имеет некоторую длину удаленности, вне которой он уже невидим, то угол Γ — невидим, а видимы лишь точки Δ и Z. То же самое происходит с каждым из остальных углов. Так что все в целом кажется закругленным".

Таким образом, в теореме IX не только зрительные лучи, но и фигура рассматривается с позиций дискретности.

Другой характерной особенностью, отличающей "Оптику" Евклида от его "Начал", является использование в доказательствах понятия движения, хотя понятие это нигде им не формулируется. При этом теоремы, использующие понятие движения, можно разделить на две большие группы.

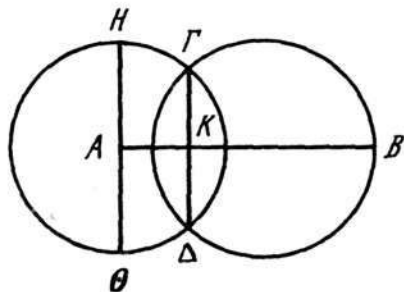
К одной группе относятся теоремы, в которых существенная роль отводится движущемуся глазу (теоремы XV, XVI, XVII, XXIV и т.д.). Например, предложение 15: "Если из двух отрезков, расположенных под одним и тем же глазом, один превышает другой, то их разница при приближении глаза будет казаться больше, а при удалении — меньше". Или в предложении 24: "При приближении глаза к шару видимая часть [его] будет меньше, а казаться [она] будет больше".



Подобного рода теоремы доказываются по двум положениям глаза. Если рассматриваемая ситуация является трехмерной, доказательство проводится только для плоского сечения (в плоскости чертежа). При этом подразумевается, что подобное доказательство может быть проведено для любого сечения, т.е. утверждение будет справедливо.

Большой интерес, на наш взгляд, представляет вторая группа теорем на движение. Это теоремы, где производится движение (перемещение или вращение) самих фигур или их частей.

Рассмотрим, например, теорему XXIII.



АВ пусть будет описан круг $\Gamma\Delta\Theta$. И пусть соединятся прямые $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$, $\Delta\Gamma$, $\Gamma\Delta$. Итак, если $\Gamma\Delta\Theta$ – полукруг, то угол $\Gamma\Delta\Theta$ – прямой; равным образом и угол $\Theta\Delta\Gamma$. $\Gamma\Delta$ и $\Theta\Delta$ соприкасаются (сходятся). Пусть их соединяет $\Gamma\Theta$, а через точку А пусть проходит $\Theta\Gamma$, параллельная $\Gamma\Delta$. Значит прилегающие к К [углы] – прямые. Итак, если треугольник $\Theta\Gamma\Delta$, при неподвижной АВ, повернуть вокруг прямого угла К и возвратить в то же самое положение, от которого он начал двигаться, то $\Theta\Gamma$ соприкоснется с одной точкой шара и $\Theta\Delta$ образует сечение в виде круга. Но окружность круга будет видима в шаре [т.е. эта окружность ограничивает видимую часть шара]. Я утверждаю, что поэтому она и меньше полушара. Ведь если $\Theta\Gamma$ – полукруг, то $\Gamma\Delta$ – меньше полукруга. А сама [эта] часть шара видима под лучами $\Theta\Gamma$ и $\Theta\Delta$. Значит $\Gamma\Delta$ меньше полушария и видима под лучами $\Theta\Gamma$ и $\Theta\Delta$ ”.

Таким образом, здесь Евклид для доказательства использует вращение части плоскости – треугольника $\Theta\Gamma\Delta$ – вокруг одной неподвижной его стороны. В “Началах” он применяет движение (наложение) лишь при доказательстве первого случая равенства треугольников. В дальнейшем он избегает пользоваться этим методом доказательства. Вращением же части плоскости в “Началах” Евклид не пользуется вовсе.

Итак, в “Оптике” Евклид использует представления о дискретности и о движении, резко противоречащие принципам его “Начал”, но характерные для геометрии пифагорейцев. Следовательно, можно предположить, что “Оптика” Евклида является переработкой более раннего труда (или трудов?), написанного в пифагорейской школе.

“Любая часть шара, видимого одним глазом, всегда явно меньше полушария, а сама видимая часть шара кажется окружностью”. Пусть имеется шар с центром А, а глаз пусть будет В. И пусть проводится [линия] АВ и пусть она проходит на плоскости ВА. Она [плоскость] станет сечением в виде круга. Пусть будет взят круг $\Gamma\Delta\Theta$ Н, а на диаметре

В настоящее время в истории науки общепризнано, по-видимому, что греческая наука отличается не столько богатством отдельных сведений и частных результатов – большую часть которых она заимствовала извне, – сколько новым интеллектуальным отношением к миру. Для него характерно прежде всего стремление к теоретическому понятию, которое постоянно превращает наблюдательную опытность и практический навык в экспериментирующее умозрение и теоретическую искусность. Там, где вавилонский астроном составлял практически необходимые таблицы и сводки данных о взаиморасположении небесных тел, греческий ученый искал теоретически существенное понятие траектории движения или орбиты. "... Небесным узором, – говорит Платон, – надо пользоваться для изучения подлинного бытия ..." ("Государство", VII, 526e). Практический рецепт счета или измерения становился арифметической или геометрической теоремой, требующей доказательства. Повсюду за многообразием упорядоченных данных греческий ученый стремился увидеть единую и вечную предметную структуру (космос), порождающую такую упорядоченность.

Но именно там, где результаты наблюдений сами становятся предметом анализа, где эмпирический материал используется для формирования теоретического понятия, – возникает ситуация эксперимента. Обычно в античной науке склонны видеть, с одной стороны, сумму непосредственных естественных наблюдений, с другой стороны, логические спекуляции абстрактного мышления. На самом деле эти две сферы находились в постоянном и напряженном взаимодействии. Греки сформировали способность "умного зрения", которое, не будучи инструментальным, обнаруживает явные черты конструктивного эксперимента.

Вопрос о формировании и развитии способов и принципов этого "умного зрения" и составляет содержание нашей проблемы.

Наша первая задача состоит в том, чтобы выяснить, что же для греческой науки служило образцом теоретического понятия. Подобно тому, как синонимом мышления в греческой науке было "умное зрение", обученное видение (см. Платон "Государство", VII, 518d), синонимом понятия был чистый вид, идеальная форма, геометрическая фигура. Именно таков смысл основных понятий платоновской философии "эйдос" и "идея". Таким образом, понять предмет для греческого ученого равносильно тому, чтобы увидеть его в его идеально очерченной форме. В этом состоит специфика греческого мышления и это определяет специфику греческого эксперимента.

Идеальная форма, в которой обнаруживается сущность предмета, объясняет нам, почему "... геометрия заставляет созерцать бытие..." ("Государство", VII, 526e) и почему число может рассматриваться как первоначало вещей. По традиции, идущей от Аристотеля ("Метафизика", А, 5, 985в 24), исследования пифагорейцев расцениваются как математические. Однако пифагорейское понимание числа теснейшим образом

связано с понятием идеальной предметной формы. Поэтому оно и является для пифагорейцев принципом познания мира. Стобей приводит нам следующие слова пифагорейца Филолая: "Природа числа есть то, что дает познание, направляет и научает каждого относительно всего, что для него сомнительно и неизвестно. В самом деле, если бы не было числа и его сущности, то ни для кого не было бы ничего ясного ни в вещах самих по себе, ни в их отношении друг к другу... Оно [число], прилаживая все вещи к ощущению в душе, делает их [таким образом] познаваемыми и соответствующими друг другу по природе гномона, сообщая им телесность и разделяя, полагая отдельно понятие о вещах беспредельных и ограниченных" [1].

С понятием числа связано другое основное понятие пифагорейского учения - понятие предела, т.е. точной границы, как бы вырезающей вещь из аморфности изменчивого и впервые делающей ее самой собой. Только между определенными вещами можно установить определенные отношения в познании общей структуры космоса.

Предел, или идеальная форма, делающая вещь самой собой, определяет ее как единицу, как индивид. "Единица, - читаем мы у Евклида, - есть то, через что каждое из существующих считается единым" [2]. Пифагорейское число определяет основные элементы, при помощи которых в предмете обнаруживается его идеальная форма. Классификация чисел как правильных многоугольников представляет собой классификацию осей симметрии, определяющих предмет при его преобразовании в себя. При этом особое значение имеет понятие центра, или середины, точки равновесия, которое сразу же выявляет симметрию предмета, т.е. его геометрическую сущность.

Корни такого понимания числа и отождествления его с понятием предмета лежат в глубине греческой культуры, в донаучном мифологическом мышлении. Божественная сущность вещей обнаруживалась в ритуале: в космических, музыкальных и пластических ритмах, и именно эти три сферы, как известно, были основными источниками, из которых греки черпали начала своих научных исследований. В "Государстве" Платон выводит классический квадриум фундаментальных наук, научающих истинному мышлению и правильному пути, - это арифметика, геометрия, астрономия и музыка. Объединяют этот квадриум два принципа - принцип идеальной формы и принцип гармонии. "Пожалуй, - говорит Платон, - как глаза наши устремлены к астрономии, так уши - к движению стройных созвучий; эти две науки - словно родные сестры; по крайней мере так утверждают пифагорейцы ..." ("Государство", VII, 530д).

Если геометрическое число пифагорейцев было принципом понимания предмета как единицы, как индивидуальной центрально-симметричной структуры, то гармония, или система пропорциональных отношений, охватывала сложные структуры, внося единство во многое. Пропорция, по-гречески аналогия ($\kappa\upsilon\alpha - \lambda\omicron\upsilon\gamma\acute{\iota}\alpha$), связывает ряд объектов, развертывая его как подобное воспроизведение одного и того же объекта - единицы, так же, как в консонантных интервалах звуки известным образом воспроизводят исходный звук.

В приведенном ранее свидетельстве Филолая говорится, что число делает вещи "познаваемыми и соответствующими друг другу по природе гномона...", т.е. части, присоединение которой к некоторой геометрической фигуре осуществляет ее подобное преобразование. Изменяя величину фигуры, гномон не меняет ее вида, "идеи" и значит оставляет ее в существенном смысле тождественной самой себе, той же самой. Понять, т.е. связать многое в единство, означало найти соответствующий ряд объектов, параметры которых находились бы в известных пропорциональных отношениях между собой. Вот откуда странное определение геометрии, которое Платон дает в "Эпипномисе", - как науки, имеющей целью "уподобление чисел, по природе не подобных друг другу" (990 с-е).

По своему основному замыслу пифагорейская "математика" разрабатывалась как система предметного исследования. Разыскивались собственно предметные определения, но такие, в которых предмет предстает не в случайном и преходящем состоянии, а в устойчиво существенном виде.

Хотя мы и не находим в античной Греции тех инструментальных экспериментов, которые мы привыкли отождествлять с экспериментом вообще, идея чистой формы как сущности вещи была для греческой науки тем инструментом, при помощи которого она осуществляла свой огромный и чрезвычайно продуктивный эксперимент в познании мира.

Литература

1. А. Маковельский. Досократики, часть III (Пифагорейцы, Анаксагор и др.). Казань, 1919, стр. 36 (фрагмент В 11).
2. Начала Евклида. Перевод и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. кн. VII, опр. 1. М-Л., 1950.

Georg Harig (DDR)

DIE STELLUNG DER GRADLEHRE IN DER
THEORETISCHEN PHARMAKOLOGIE GALENS

Die theoretische Pharmakologie Galens blieb bis weit in die Neuzeit hinein unangefochten, findet man doch etwa bis zur Mitte des 18. Jahrh. kaum pharmakologische Darstellungen, in denen nicht auch wie in der Galenischen Pharmakologie die Wirkungsintensitäten der Pharmaka nach Graden¹⁾ angegeben werden. Man kann also sagen, daß die Galenische theoretische

Pharmakologie in der Geschichte der Medizin mindestens ebendieselbe Wirkung ausübte wie etwa seine Physiologie. Trotz seiner überragenden Bedeutung ist dieses Gebiet der Galenischen Medizin jedoch in der neueren medizinhistorischen Literatur bisher kaum beachtet worden. Man findet lediglich die Ansicht vertreten, daß die von Galen in vier Grade eingeteilte Wirkung der vier Primärqualitäten Warm, Kalt, Trocken und Feucht bei den Pharmaka einer analogen Klassifizierung der Krankheiten entsprochen hätte und daß die Galenische Therapie somit einer einfachen Rechenaufgabe gleichgekommen wäre,²⁾ d.h., daß die Therapie auf eine Kombination der Krankheiten mit den ihnen entsprechenden Pharmaka reduziert worden wäre, da z.B. eine im zweiten Grad warme Krankheit mit einem im zweiten Grad kühlenden Pharmakon zu behandeln gewesen sei.

Wenn man nun aber unter diesem Gesichtspunkt die Beschreibung der *Medicamenta simplicia* und *composita* bei Galen durchmustert, so muß man freilich feststellen, daß die meisten *Simpliciabeschreibungen* keine Gradangaben enthalten³⁾ und daß somit dieses Einteilungssystem seine Aufgabe, die Grundlage für die Bestimmung der Wirkungsintensität der Primärqualitäten zu sein, gar nicht erfüllen konnte. Da die Gradangaben weiterhin bei den *Composita* ebenso wie in der Galenischen Nosologie sogar vollständig fehlen, wird es offensichtlich, daß damit der für die folgende Zeit wichtigste Teil der Galenischen theoretischen Pharmakologie für Galen selbst nur eine untergeordnete Bedeutung gehabt haben kann. Da jedoch andererseits Galens ständige Forderung nach der Übereinstimmung zwischen Pharmakon und Krankheit⁴⁾ ein sowohl in der Pharmakologie wie in der Nosologie gültiges System der Intensitätsbestimmungen voraussetzt, stellt sich die Frage, welches System der Gradlehre zugrunde lag und welche Art von Einteilungen Galen und die gesamte nachgalenische Medizin eigentlich verwandt haben.

Um den zur Anwendung gelangten Einteilungen auf die Spur zu kommen, muß man zunächst zu klären versuchen, von welchen theoretischen Voraussetzungen Galen bei allen derartigen Einteilungen ausgegangen sein kann. Von entscheidender Bedeutung müssen in diesem Zusammenhang u.E. folgende drei Faktoren gewesen sein: Erstens das in der Galenischen Medizin nachweisbare Viererschema, das von Galen durch die Verbindung der hippokratischen Viersäfte- und Vierqualitätenlehre mit der Vierelementen- und Vierqualitätentheorie des Aristoteles geschaffen wurde⁵⁾ und das die theoretische Grundlage für die Humoralpathologie in den folgenden 1500 Jahren darstellte. Diesem Schema liegt die Vorstellung zugrunde, daß alles in der Welt aus den vier Grundelementen Feuer, Wasser, Luft und Erde besteht, denen von Galen über die vier Primärqualitäten Warm, Kalt, Trocken und Feucht hinaus die vier Säfte Blut, gelbe und schwarze Galle und Schleim zugeordnet wurden. In die Praxis umgesetzt, bedeutete das u.a., daß alle Pharmaka und alle Nahrungsmittel durch dieselben vier Primärqualitäten charakterisiert werden konnten wie der Mensch und seine körperlichen Zustände. Die Voraussetzung für die Anwendungsfähigkeit dieser Theorie in der Naturwissenschaft stellt zweitens die sensualistische Erkenntnislehre des Aristoteles dar, die davon ausging, daß die vier Primärqualitäten mit den Sinnen wahrnehmbaren Dinglichkeiten entsprechen.⁶⁾ Zu diesen beiden Prämissen kam endlich drittens ein in der antiken Naturwissenschaft verwendetes Maß- und Bezugssystem hinzu, das unter Zuhilfenahme des in der Medizin entwickelten normativen Physisbegriffes⁷⁾ und in der Verbindung mit der zuerst von Demokrit formulierten⁸⁾ und von Aristoteles vor allem in der Biologie breit angewandten Unterscheidung zwischen dem Mehr und Weniger⁹⁾ imstande war, drei Arten der Zuständlichkeit eines Phänomens auszudrücken: die normale Mitte und zwei durch ein Mehr und Weniger charakterisierte Extreme.

Die Durchsicht des Galenischen Schrifttums zeigt nun, daß Galen zur Bestimmung der pharmakologischen Wirkungen neben der Einteilung nach Graden auch Intensitätsangaben wie z.B. schwach, stark, mäßig, deutlich, ausreichend sowie ihre Verneinungen verwendet hat. Aus der Tatsache, daß Galen diese Intensitätsangaben an einigen Stellen den Gradangaben gleichsetzt, sie jedoch dabei fließend verwendet, d.h. mit ein und derselben gleichzeitig mehrere Grade charakterisiert,¹⁰⁾ während er mit ihrer Verneinung den nächst höheren oder tieferen Grad bezeichnet,¹¹⁾ geht eindeutig hervor, daß es Galen in der Praxis allein auf eine Unterscheidung zwischen dem Mehr und Weniger einer Wirkung ankam, d.h., auf eine Einteilung der Pharmaka in solche mit schwacher und in solche mit starker Wirkung; eine Einteilung, die bisweilen unter Einbeziehung des Begriffes "mäßig" als des Ausgangspunktes auch zu einer Komparation mit den drei Gliedern mäßig, schwach, stark ausgebaut wird.¹²⁾ Damit ist jedoch eindeutig erwiesen, daß Galens Einteilung der pharmakologischen Wirkungen in vier Grade keine echte Vierteilung, sondern im Grunde genommen nur eine verknappte Zweiteilung darstellt, so daß die Gradlehre von vornherein dazu verurteilt war, im theoretischen Ansatz steckenbleiben zu müssen.

Derselben Zweiteilung bedient sich Galen auch in seiner Nosologie. Hier kennt er ebenfalls nur eine Unterscheidung zwischen dem Mehr und dem Weniger innerhalb eines Krankheitsbildes, d.h. eine Differenzierung zwischen einem schwach und einem stark ausgeprägten Krankheitsbild,¹³⁾ die wiederum häufig zu dem normalen, gesunden Befund, der von ihm in der Regel als der mittlere Zustand des Körpers aufgefaßt wird, in Gegensatz gesetzt werden, womit gleichfalls eine dreigliedrige Komparation gegeben ist.¹⁴⁾

Gerade Galens Auffassung vom Wesen der Krankheit erscheint geeignet, verständlich zu machen, warum es in der Antike nicht zu einer sowohl in der Pharmakologie wie in der

Nosologie allgemein gültigen Gradeinteilung kommen konnte, die, wie schon gesagt, lediglich in der Galenischen Pharmakologie eine gewisse Rolle spielte. Entsprechend den humoralpathologischen Vorstellungen konnte es nämlich keine nach einem festen Schema ablaufenden Krankheitsbilder geben, vielmehr wurde jeder einzelne Patient jeweils von einer nur ihm eigenen, individuellen Krankheit befallen, die als ein durch viele Faktoren, wie individuelle Säftemischung, Alter, Klima usw. determiniertes, jeweils ganz spezielles Kranksein aufgefaßt wurde. Das bedeutet, daß diese Medizin keine Krankheiten in unserem Sinne kannte, d.h. die Krankheiten nicht als durch gewisse Regelmäßigkeiten charakterisierte pathologische Abläufe ansah. Aus einer solchen Auffassung ergibt sich zwangsläufig die Unmöglichkeit, eine allgemein gültige Einteilung dieses jeweils individuellen Krankseins nach Graden vorzunehmen. Sinnvoll erschien daher allein eine Übersicht verschaffende Einteilung innerhalb eines individuellen Krankheitsbildes, eine Einteilung, die zudem bei jedem Kranken neu bestimmt werden mußte.

Die Entsprechung der auf dem Prinzip des Mehr und Weniger aufgebauten pharmakologischen und nosologischen Einteilungsschemata beweist, daß sie für die Zwecke, die Galen mit ihnen verfolgte, ausreichten. Sie entsprachen auch durchaus den wissenschaftlichen Erkenntnissen seiner Zeit. Eine Erweiterung der Zweiteilung dagegen zu einer viergliedrigen Komparation, wie sie den vier Graden entsprochen hätte, konnte in der Pharmakologie, da sie überflüssig war, über einen gewissen Ansatz nicht hinauskommen. Die von vornherein festgelegte Gradlehre mußte Galen vielmehr als zu starr und deswegen auch als zu unwissenschaftlich empfinden, und der Umstand, daß er es unterließ, sie in diesem Sinne auszubauen, kennzeichnet ihn einmal mehr als einen echten Wissenschaftler, während andererseits die Verbreitung der Gradlehre vor allem in der nachgalenischen Medizin des Mittelalters es erlaubt, eindeu-

tige Rückschlüsse auf ihre zu abstrakten Distinktionen neigenden Bestrebungen zu ziehen.

Die von uns herausgestellte Übereinstimmung in der Galenischen Bestimmung der pharmakologischen und nosologischen Intensitäten findet ihre Entsprechung auch in der Gestaltung seiner Therapie. Zwar wird Galens Forderung nach einer grundsätzlichen Übereinstimmung zwischen Pharmakon und Krankheit nicht absolut neu gewesen sein, in der Nachdrücklichkeit dieser Forderung aber, die er auf Grund seiner Einteilungsschemata erstmalig mit einer gewissen theoretischen Berechtigung vertreten konnte, war er weit über seine Vorgänger hinausgelangt. So kann man sagen, daß diese seine uns heute so selbstverständlich erscheinende Forderung von ihm zum ersten Mal in ihrer ganzen Konsequenz ausgesprochen wurde und daß er sich auch dadurch als einer der ganz Großen in der Geschichte der Medizin ausgewiesen hat.

Macht man den Versuch, den Ursprüngen der für uns zuerst bei Galen deutlich faßbaren Gradlehre nachzugehen, so läßt sich feststellen, daß Inkonssequenzen und Widersprüche, die sich in diesen Fragen in Galens Werk finden, seine Abhängigkeit von früheren, einander z.T. widersprechenden Quellen wahrscheinlich machen.¹⁵⁾ Man wird Galen daher weder als Schöpfer der Gradlehre bezeichnen noch als denjenigen, der die Bestimmung der Intensitäten nach dem Prinzip des Mehr und Weniger eingeführt hat. Allerdings fehlt es uns durch die Ungunst der Überlieferung an vergleichbaren medizinischen Texten, so daß es nicht möglich ist, gesicherte Quellen für die Galenische Gradlehre auszumachen. Aus Galens Polemik gegen die pharmakologischen Theorien der Empiriker und aus seiner grundsätzlichen Ablehnung der methodischen Richtung kann man nur schliessen, daß er sich auch in dieser Beziehung in der dogmatisch-pneumatischen Tradition bewegt.¹⁶⁾ Mit Sicherheit darf man jedoch sagen, daß er am Ausbau und an der Weiterentwicklung dieser Gedanken aktiv und schöpferisch beteiligt war.

- 1) Vgl. bei Galen vor allem *De simpl. med. temp. ac fac.* V 27: XI 786—788 K. und *De comp. med. sec. gen.* I 1: XIII 367—369 K.
- 2) Als erster sprach diese Ansicht H. E. Sigerist aus, *Studien und Texte zur frühmittelalterlichen Rezeptliteratur, Studien zur Gesch. d. Med.*, hrsg. von K. Sudhoff, H. 13, Leipzig 1923, S. 13. Vgl. danach z.B. G. Conci, *Pagine di storia della farmacia*, Milano (1934), p. 28; P. Diepgen, *Geschichte der Medizin*, Bd. I, Berlin, 1949, S. 133; E. Kremers und G. Urdang, *History of Pharmacy. A Guide and a Survey*, Philadelphia-London-Montreal, (1951), p. 23; I. O. Temkin, *Byzantine Medicine: Tradition and Empiricism*,—*Dumbarton Oaks Papers*, No. 16, 1962, p. 99.
- 3) Im einzelnen vgl. dazu Verf., *Bestimmung der Intensität im medizinischen System Galens. Ein Beitrag zur theoretischen Pharmakologie, Nosologie, und Therapie in der Galenischen Medizin*, Diss. zur Erlangung des Dr. sc. med., Berlin, 1971, S. 82f.
- 4) Siehe etwa Gal., *De comp. med. sec. loc.* III 1: XII 619 K.; *De comp. med. sec. gen.* II 2: XIII 472 K.; III 9: XIII 640f. K.
- 5) Gal., *De meth. med.* I 2: X 16 K.; VII 3: X 462f. K.; *De elem. ex Hipp. sent.* I 5: I 440f. K. = S. 26, 20ff. H.
- 6) Siehe z.B. Arist., *De anima* II 5: 417 b 20ff.; *De gen. et corr.* II 2: 329 b 16—20. Vgl. auch O. Gilbert, *Die meteorologischen Theorien des griechischen Altertums*, Leipzig 1907 (Nachdruck Hildesheim 1967), S. 186.
- 7) Zuletzt äußerte sich zu diesem Problem M. Michler, *Die praktische Bedeutung des normativen Physisbegriffes in der hippokratischen Schrift De fracturis-De articulis*, *Hermes* 90 (1962), 385—401.
- 8) *Die Fragmente der Vorsokratiker*, hrsg. von H. Diels und W. Kranz, Bd. II, 9. Aufl., Berlin 1959, bes. S. 132, 16-133,5; 159, 5f.; 192, 1—3. 4—7.

- 9) Zur *μετέοτης* — Lehre des Aristoteles vgl. vor allem
 J. v. d. Meulen, Aristoteles. Die Mitte in seinem Denken,
 Meisenheim/Glan, 1951 und S. Byl, Note sur la place du
 coeur et de la valorisation de la *μετέοτης* dans la biolo-
 gie d'Aristote. *Antig, class.* 37 (1969), 470ff.
- 10) Siehe z.B. Gal., De simpl. med. temp. ac fac. V 27: XI
 787 K. und VI 7: XI 887f. K. (De thymo).
- 11) Siehe z.B. Gal., ibid. IX 3: XII 224 K. (De lithargyro).
- 12) Siehe etwa Gal., De comp. med. sec. loc. I 7: XII 474 K.
- 13) Siehe z.B. Gal., Ad Glauc. De meth. med. II 8: XI 113 K.
- 14) Siehe z.B. Gal., De comp. med. sec. loc. I 1: XII 396.
 405 K.; De sympt. caus. I 2: VII 97. 97f. 98 K.
- 15) Vgl. Verf., S. 95ff.
- 16). Eine eindeutige Zuweisung zu einer bestimmten Schule ist
 entgegen der Annahme von M. Wellmann, Zu Galens Schrift
Περὶ κρείβσεως καὶ συνάρμεως τῶν ἀιλιῶν φαρμάκων,
Hermes 38 (1903), 292—304, nicht möglich.

Секция IV Section IV Section IV Sektion IV

ИСТОРИЯ СРЕДНЕВЕКОВОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ
HISTOIRE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES AU MOYEN AGE
THE HISTORY OF MEDIAEVAL SCIENCE AND TECHNOLOGY
GESCHICHTE DER WISSENSCHAFT UND TECHNIK DES MITTELALTERS

Организатор: Б.А. Розенфельд
Organisateur: B.A.Rosenfeld

Секретарь: В.П. Гайденко
Secrétaire: V.P.Gaidenko

A. Mazaheri (France)

FORMES "SOUNNITES" ET FORMES "CHI'ITES" DES CHIFFRES ARABES AU LES AVATARS DE CHIFFRES INDIENS EN ISLAM

Ceux qui compulsent les textes mathématiques musulmans éprouvent assez souvent des ennuis pour lire les chiffres, par exemple le zéro en forme de notre 0 maj. dans les anciens Mss., se réduit, à la période moyenne, XI^e au XV^e siècles, à la forme de notre 0 minuscule, avant de devenir, à basse époque, depuis le moyen âge, un simple point et pour comble, dans cette dernière période, c'est le 5 qui s'écrit comme un 0 ou un o; de même, suivant les coptes, les chiffres 6 et 9 sont notés de façon à être confondus l'un avec l'autre. De telles ambiguïtés ont engendré et continuent d'engendrer des difficultés.

Exceptionnellement le Maroc utilise des chiffres de même forme que les nôtres. C'est là non point un emprunt fait à nous, mais une vieille tradition; la preuve en est fournie par les Mss des traités arithmétiques, lithographiés à Fès il y a environ cent ans, d'Ibn al-Bannâ (+ 1339) et d'Al-Qalaçâdi (+ 1486). A ces formes de chiffres, voisines de nos apices du XII^e siècle, les Marocains donnent le nom de Gobâr.

Parallèlement à ces formes de chiffres, les Marocains se servent pour écrire l'arabe, d'une forme des lettres de l'alphabet assez voisine du koufique; si bien que la forme naskhie des lettres de l'alphabet, style courant en Orient, n'a jamais atteint le Maroc. Donc il en faut conclure que le Maroc califat séparé depuis Mille ans, conserve toujours d'anciennes traditions que l'Orient a par la suite réformées .

En effet, l'Irak, le siège du Califat, a dû s'adapter aux réformes successives introduites notamment par les Bouwayhides au X^e siècle et ensuite par d'autre Chi'ites depuis le XIV^e siècle, et s'assimiler par conséquent les deux styles appelés le naskhi et le nasta'lik.

Le nom de gobâr applique par les Marocains aux chiffres, se donnait aux premiers siècles des califes Abbasides d'Irak,

également à une certaine forme koufique des lettres de l'alphabet arabe (Voir Sayyid Hassan Buraqi-Najafi, + 1913, Ta'rikh al-Kufa, augmentée par Sayyid Moh. Al-i Bahril'olum, Al-Najaf, Haydariya, 1968, p.196) et par conséquent les Marocains, en recevant d'Orient les chiffres arabes ont dû prendre l'expression gobar qui ne désignait qu'un style, au sens des chiffres eux-mêmes. L'histoire des caractères ou style koufiques commence à Al-Kufa, ville bâtie par des architectes sassanides venus de Ctésiphon; ce style resta localisé en Irak où prirent même naissance des sous-types des lettres koufiques, sous-styles de Bassora, de Bagdad, de Samarra, etc. et ce fut sous les premiers Abbasides que le style koufique gagna la Syrie, l'Egypte et l'Andalousie, via le Maroc, D'après le Traité des Six Styles (le Ms. 16 M, Bibl. Al-i Hekim, Najaf, identique au Ms de l'Institut d'Orient. Leningrad B 551 daté de 1548), le style koufique fut officiellement rejeté à Bagdad au lendemain de la Fitna de 930 A.D. pour céder la place au style naskhi, dû au vizir réformiste Ibn Muqla, un chi'ite mort en 939. Les princes Bouwayhides firent triompher avec le chi'isme le style naskhi que s'imposa à l'Islam entier, à l'exception du Maroc et de l'Andalousie. Au XIV^e siècle, d'autres mouvements chi'ites, ceux des Sarbedars feront triompher un troisième style, le nasta'liq.

En résumé, les styles arabes successifs, koufique, naskhi et nasta'liq ont été inventés en Iran-Irak pour des motifs artistico-religieux, et dérivent de "réformes" persanes de l'Islam.

Or il est naturel que le style de l'écriture influe tant bien que mal sur celui des chiffres; c'est ce qui s'est passé.

Voici un recueil d'articles mathématiques copiés à Chiraz, Iran, sous le règne du Shah Fanna-Khosraw (949 - 982) par le futur astronome Sigzi (951-1024); lorsqu'il le copiait Sigzi était un jeune étudiant de 17 ans, car à la fin de chaque ar-

ticle il signe et date des années 968 ou 969. C'était un étudiant scrupuleux, compulsant diverses copies et notant les variantes en marge. La Bibliothèque royale de Chiraz était particulièrement riche en œuvres mathématiques.

Le Ms dont je parle n'est pas inconnu (B.n., Arabe 2457, ff. 85 et 85 v et f. 86) il y a là la copie d'une traduction par Latif Ibn-Yamin le Médicastre (mutatabbib) d'un commentaire du Livre X des *Eléments* d'Euclide (Cf. W. Thomson The Commentary of Pappos on Book X of Euclid's Elements, Cambridge, 1930) et qui constitue l'opuscule N°XXVIII du présent recueil; dans cet article il est question de mesures de côtés et de l'hypoténuse de triangles et ces mesures sont exprimées en chiffres (nombres de coudées). Or Sigzi avait l'habitude de former les chiffres deux et trois 2 et 3, comme nous, dans le style koufique (gobâr), mais par étourderie, à plusieurs endroits il les a formés et dans le style naskhi des Bouwayhides. On dirait qu'il y a là à propos des formes des chiffres, chevauchement entre le gobâr et le naskhi postérieur et que le copiste a parfois hésité, employant une forme pour l'autre.

Le Ms se trouvait à Chiraz encore au XIII^e siècle; un certain al-Sahib al-Fadli, un mathématicien chi'ite, possédait le Ms et y a ajouté d'autres copies d'articles mathématiques dont l'une datée du 9 février 1256 (ibid., f. 216 v); mais il s'est conformé au style gobâr des chiffres 2 et 3, afin, sans doute, de respecter le style du Ms.; car autrement, on notait alors depuis longtemps les chiffres sous leur forme naskhi; néanmoins le copiste s'est trompé une fois en notant le 2 la tête en bas et l'angle à droite, ainsi.

Cet intéressant Ms. quitta l'Iran peu après 1256, via l'île de Kesh et Aden et échoua au Caire d'où il fut rapporté à Paris au début du XIX^e siècle par un savant (M. Richer, Ancien disciple de Caussin Père). Son départ de Chiraz s'expliquerait par la conquête mongole de cette ville et son départ du Caire s'ex-

pliquerait de même par la conquête française de l'Egypte. Le Ms. est décrit au tome VII des Notices et Extraits (première partie, p.23). Il a été dit tout dernièrement que cette copie ne serait pas de la main de Sigzi même, mais d'une main postérieure. C'est là un jugement un peu hâtif, je crois; et qui mériterait d'être révisé, car c'est là, la plus anciennement datée des copies de textes mathématiques arabes. En tous cas, pour ce qui est des formes des chiffres arabes, je ne connais pas de Ms plus ancien que celui-ci, car toutes les autres copies de textes mathématiques arabes ou persans part ont des chiffres notés en style naskhi caractérisé par un zéro en forme de notre o minuscule, quand ce n'est pas en forme d'un simple point.

Roshdi Rashed (France)

L'ARITHMETISATION DE L'ALGÈBRE AU II^{ème} SIECLE

Si l'on veut retracer l'histoire des commencements de l'algèbre dans les mathématiques arabes, l'on doit multiplier les parcours, diversifier les références, abandonner, sinon à jamais du moins provisoirement, le débat des origines. Par suite d'une information historique précaire et circonstancielle, ce débat s'est transformé en une controverse sur l'originalité, motivée en partie par des raisons extrinsèques, de nature philosophique ou politique. Cette controverse a eu pour conséquence principale d'empêcher la reconstruction de l'activité algébrique des mathématiciens arabes; les historiens des mathématiques se sont attachés, dès lors, à tracer des lignes d'influence: exercée par ces savants sur leurs successeurs ou subie des mathématiciens grecs ou hindous. Or l'étude intrinsèque du cheminement de l'algèbre engage, dès l'abord, à différencier au moins deux axes de développement: l'un veut faire progresser l'algèbre par la géométrie: c'est l'art d'utiliser les figures géométriques pour construire les racines de cer-

taines équations, l'autre est étroitement lié à l'application de l'arithmétique à l'algèbre et à des tentatives indirectes pour étendre la notion de nombre. Dans les limites de cet exposé, je me propose d'explorer un de ces commencements, à partir du 11^{ème} siècle, et seulement du point de vue de l'indépendance des opérations algébriques, par rapport à la représentation géométrique.

Pour comprendre la tâche des algébristes au 11^{ème} siècle, il faut rappeler qu'à la suite d'al-Hawarizmi, Ibn al-Fatih, Abu Kamil, al-Karagi, al-Hayyam, as-Samaw'al, ... ont tous admis que l'unité de l'objet algébrique est fondée dans la généralité des opérations et non plus dans celle des êtres mathématiques, qui sont indifféremment des segments ou des nombres. Il s'agit d'une part, des opérations nécessaires pour ramener un quelconque problème à une forme d'équation, ou plus précisément à l'un des types canoniques énoncés par al-Hawarizmi, repris et augmenté par la suite, et d'autre part, des opérations nécessaires pour donner des solutions particulières, c'est-à-dire des "cânon". L'algèbre devient alors la science des équations et a pour objet la résolution d'équations algébriques, obtenues en égalant à zéro un polynôme entier par rapport à la variable, alors appelée l'inconnue. Cette conception, présente chez al-Hawarizmi, fut reprise et renforcée par ses successeurs. Al-Hayyam définit l'algèbre, d'une manière explicite, comme la science des équations, Sharaf ad-Din at-Tusi donne pour seul titre à son ouvrage d'algèbre: "Des équations"¹⁾. Les frontières de cette algèbre et de l'arithmétique élémentaire sont bien marquées, dans la mesure où l'on ne considère plus exclusivement le calcul sur les nombres entiers: par contre, ses démarcations avec la géométrie sont moins nettes. La démonstration d'al-Hawarizmi reste géométrique. Chacun sait, en effet, qu'il a recours à la démonstration géométrique quand il cherche à déterminer les conditions d'existence des racines des équations quadratiques. Quant à ses successeurs, tout en poursuivant ses recherches, ils ont

réagi précisément contre l'obstacle géométrique et dénoncé l'insuffisance de la démonstration géométrique en algèbre. Même ceux qui revenaient toujours à la géométrie pour construire les racines des équations cubiques - al-Hayyam, par exemple - ils ont exprimé clairement que la solution géométrique ne saurait remplacer une solution algébrique, ni dispenser d'une solution par radicaux portant sur les coefficients de l'équation. Cependant, exigée dès la fin du 10^{ème} siècle pour marquer les frontières de l'algèbre et de la géométrie et réaliser l'autonomie et la spécificité de l'algèbre, la démonstration algébrique n'était elle-même possible qu'au terme d'une extension du calcul algébrique. C'est précisément cette tâche technique que les algébristes ont entreprise pour résoudre le problème théorique de la reconstitution de l'algèbre. Ils veulent alors appliquer l'arithmétique à l'algèbre ou étendre à l'algèbre les opérations de l'arithmétique élémentaire, en sorte qu'elle conserve pour les variables $x \in [0, \infty) \{-x \in (-\infty, 0]$ est introduite par la définition $x = -y, y \in [0, \infty)$. Les opérations de l'arithmétique. Il s'agit en particulier pour al-Karagi, comme l'écrira plus tard as-Samaw'al²⁾, "d'opérer sur les inconnues au moyen de tous les instruments arithmétiques comme l'arithméticien opère sur les connues"³⁾.

Cette extension des opérations de l'arithmétique à l'algèbre va donner ses premiers résultats avec al-Karagi, mais sera poursuivie surtout par ses successeurs - notamment as-Samaw'al. C'est pourquoi nous nous proposons de donner quelques conclusions, reprises par ce dernier à al-Karagi ou lui revenant en propre. Ces résultats concernent la multiplication et la division des puissances de l'inconnue, le calcul des signes, la division des expressions algébriques et des polynômes à une indéterminée et à coefficients dans \mathbb{Q} , le calcul des coefficients binomiaux et la formule du binôme. Dans la plupart de ces opérations, la technique, d'une certaine manière formelle, des tableaux, introduite en algèbre et probablement empruntée

à la tradition astronomique, a souvent facilité leur exécution. Cette technique comme moyen formel, mériterait d'ailleurs à elle seule une histoire indépendante.

Si Diophante en effet multiplie et divise les puissances, à aucun moment il n'énonce ses règles d'une manière générale. Après avoir inscrit les puissances de l'inconnue dans le tableau suivant, as-Samaw'al affirme que $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ pour tout x et pour tout n, m , entiers rationnels.

9	8	7	6	5	4	3	2	I	0	I	2	3	4	5	6	7	8	9
x^9	x^8	x^7	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x	I	$\frac{I}{x}$	$\frac{I}{x^2}$	$\frac{I}{x^3}$	$\frac{I}{x^4}$	$\frac{I}{x^5}$	$\frac{I}{x^6}$	$\frac{I}{x^7}$	$\frac{I}{x^8}$	$\frac{I}{x^9}$

Il écrit alors:

"Si les deux puissances sont de part et d'autre de l'unité, à partir de l'une d'elles, nous comptons en direction de l'unité le nombre des éléments du tableau qui séparent l'autre puissance de l'unité, et le nombre est du côté de l'unité. Si les deux puissances sont du même côté de l'unité, nous comptons en direction opposée à l'unité"⁵⁾.

Dans les différents exemples qu'il donne de l'application de cette règle, il rappelle expressément que le produit de deux puissances est la somme de leurs degrés si elles sont du même côté de l'unité, la différence de leurs degrés si elles sont de part et d'autre de l'unité. Ici comme ailleurs, la théorie des proportions est le moyen de justifier cette règle.

Pour le calcul des signes, as-Samaw'al écrit⁶⁾:

"Le produit d'un nombre "négatif" par un nombre "positif" est "négatif" et par un nombre "négatif" est "positif". Si nous soustrayons un nombre "négatif" d'un nombre "négatif" supérieur, le reste est leur différence négative. Celle-ci reste positive si nous soustrayons un nombre "négatif" d'un autre "négatif" inférieur. Si d'un nombre "positif" nous soustrayons un nombre

"négatif", le reste est leur somme positive. Si d'une puissance vide, nous soustrayons un nombre "positif", le reste est le même nombre "négatif"; et si d'une puissance vide nous soustrayons un nombre "négatif", le reste est le même nombre "positif".

On peut donc écrire: $\forall x \quad y \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}$ on aura:

$$\begin{aligned} x \times (-y) &= -(xy), & (-x) \times (-y) &= (xy) \\ -x - (-y) &= -x + y = z & \begin{cases} z > 0, & \text{si } x < y, \\ z < 0, & \text{si } x > y, \end{cases} \end{aligned}$$

$$x - (-y) = x + y.$$

$$0x^n - (ax^n) = -ax^n, \quad 0x^n - (-ax^n) = ax^n.$$

Ces règles seront utilisées dans le développement de la théorie de la division des expressions algébriques et des polynômes⁷⁾. La méthode d'as-Samaw'al est d'étendre la division des nombres entiers aux expressions algébriques de la forme

$$f = \sum_{i=-n}^{i=-n'} a_i x^i;$$

$$(n, n' \in \mathbb{N}; f = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 + a_{-1} \frac{1}{x} + \dots + a_{-n'} \frac{1}{x^{n'}}).$$

Il procédait ainsi comme pour la division ordinaire des polynômes dans $K[x]$, K étant un corps, sans toutefois s'intéresser d'une manière explicite au degré du reste. En fait, il ne s'agit pas d'un anneau $K[x]$, mais d'un anneau $Q[x] + Q\left[\frac{1}{x}\right]$ si l'on peut donner un sens à cette écriture formelle.

Cependant, les résultats de ses divisions sont justes puisque la division de f par

$$g = b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0 + b_{-1} \frac{1}{x} + \dots + b_{-m'} \frac{1}{x^{m'}}$$

revient à diviser $x^d f$ par $x^d g$, et on peut ramener la problème de la division de f par g à un problème de division dans $K[x]$.

Quant au lieu de ces expressions algébriques, il considère des polynômes, il définit à l'aide de la technique des tableaux la méthode de la division avec reste. Il considère ainsi le mo-

nôme m quotient du monôme dominant de polynôme f par le monôme dominant de g ; il calcule $r_1 = f - m_0 g$ et poursuit l'opération pour obtenir finalement $q = m_0 + m_1 + \dots + m_k$, comme l'illustre le tableau⁸⁾.

C'est également dans cette perspective d'extension du calcul algébrique abstrait qu'al-Karagi, comme le rapporte as-Samaw'al, énonce le tableau des coefficients binômiaux, sa règle de formation, aussi bien que la formale du binôme pour les puissances entières. On trouve en effet le tableau des coefficients binômiaux, sa loi de formation $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$ et le développement $(a + b)^n = \sum_{m=0}^n C_n^m a^{n-m} b^m$ pour n entier⁹⁾.

Par ces résultats, nous avons voulu montrer que la réalisation du but théorique, défini au 11ème siècle - rendre les opérations algébriques indépendantes de la géométrie pour une algèbre autonome - a eu à la fois pour condition de possibilité et pour conséquence l'extension toute technique du calcul algébrique. C'est alors que l'on voit apparaître pour la première fois - à notre connaissance - dans l'histoire de la philosophie mathématique, l'identification de l'algèbre à l'analyse et de la géométrie à la synthèse. Cette identification exprime à elle seule une conscience théorique renouvelée de l'autonomie de l'algèbre. As-Samaw'al, en effet, n'hésite pas à écrire¹⁰⁾ :

"L'art de l'algèbre fait partie de l'art de l'analyse et consiste à réduire le composé à ses éléments simples, ceux qui en constituent l'essence, et c'est cet art que désigne le sage quand il dit que le début de la pensée est la fin de la pratique et la fin de la pensée le début de la pratique... Cette pratique est celle que requiert l'art de l'algèbre et de la "muqabalah" et c'est celle-là même que requiert l'art de l'analyse. Quant à l'art de la géométrie, il est dans l'extraction des inconnues sans qu'il soit nécessaire d'analyser les connues en leurs éléments simples".

NOTES

1. Voir Sharaf al-Din al-Tusi. Ms. in India office: Loth 767 (I.O. 461). Nous préparons une édition critique de cet ouvrage.

Sur l'auteur voir par exemple Brockelmann: Geschichte dans Arab. Litt. I Supp. Bd. p.850.

2. Voir As-Samaw'al († 1174) Al Bahr. Ms. Aya Sofya 2718. Nous sommes en train d'achever une édition critique de l'ensemble de cet ouvrage.

- | | |
|--------------------------------|--|
| 3. op. cit. p. 1 ^r | 7. op. cit. p. 16 ^v et sqq. |
| 4. op. cit. p. 5 ^r | 8. (tableau) |
| 5. op. cit. p. 5 ^v | 9. op. cit. p. 48 sqq. |
| 6. op. cit. p. 28 ^v | 10. op. cit. p. 29 ^r |

Tableau

Diviser $f = 6x^8 + 28x^7 + 6x^6 - 80x^5 + 38x^4 + 92x^3 - 200x^2 + 20x$
 par $g = 2x^5 + 8x^4 - 20x^3$

	x^8	x^7	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x	a_0
f	6	28	6	-80	38	92	-200	20	0
g	2	8	0	-20					
$r_1 = f - m_0 g$						$m_0 = 3$			
g		4	6	-20	38	92	-200	20	0
		2	8	0	-20				
$r_2 = r_1 - m_1 g$						$m_0 = 3$	$m_1 = 2$		
g			-10	-20	78	92	-200	20	0
			2	8	0	-20			
$r_3 = r_2 - m_2 g$						$m_0 = 3$	$m_1 = 2$	$m_2 = 5$	
g				20	78	-8	-200	20	0
				2	8	0	-20		
$r_4 = r_3 - m_3 g$						$m_0 = 3$	$m_1 = 2$	$m_2 = 5$	$m_3 = 10$
g					-2	-8	0	20	0
					2	8	0	-20	

$$\frac{f}{g} = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + \frac{r_4}{g} = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 10 - \frac{1}{x}$$

Г. Собиров (СССР)

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИНУСА ОДНОГО ГРАДУСА
НА БЛИЖНЕМ И СРЕДНЕМ ВОСТОКЕ В XV–XVII вв.

На Ближнем и Среднем Востоке в значительной мере развивались астрономия и составление астрономических таблиц. Это послужило основной причиной развития тригонометрии и техники составления таблиц тригонометрических функций. В Средней Азии до XVII века были составлены более 100 таблиц тригонометрических функций, среди которых лучшие по точности были составлены в обсерваториях Улугбека (XV в.) и Савай Джай Сингха (XVII в.). В основе таблиц самаркандских астрономов лежало более точное определение синуса одного градуса путем решения уравнения трисекции угла, приводящее к решению кубического уравнения

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha,$$

относительно $\sin \alpha$. Это уравнение в X веке решалось геометрическим путем, начиная с XI века ученые Ближнего и Среднего Востока стали решать это уравнение численным методом. Такое решение мы находим у ал-Бируни, который при его решении использовал свойства правильных девятиугольников.

Ученые самаркандской научной школы Улугбека при решении уравнения трисекции угла использовали другой прием – итерационный метод, предложенный ал-Каши. Метод ал-Каши послужил основой техники составления тригонометрических таблиц в обсерватории Улугбека. Вывод уравнения трисекции угла и решение его численным методом можно встретить в работах ар-Руми, ал-Кушчи, Бирджанди и Мирима Челеби.

Другой метод определения синуса одного градуса мы обнаружили в "Новых Мухаммалшаховых астрономических таблицах" Савай Джай Сингха. "Надо отметить, – пишет Савай Джай Сингх, – что ученые обсерватории Улугбека дали метод вычисления синуса трети дуги, при помощи этого они вычисляли значение синуса одного градуса. Метод вычисления синуса одной пятой дуги им не был известен. Мы при составлении таблицы дали метод нахождения синуса одной пятой дуги из данного синуса дуги и находили синус одного градуса, используя этот метод" ([1], 146). Метод определения синуса одного градуса Савай Джай Сингха основан на последовательном решении одного уравнения трисекции угла и одного уравнения деления угла на пять равных частей, которые можно записать в виде

$$4x^3 - 3x + a = 0 \tag{1}$$

и

$$16y^5 - 20y^3 + 5y - x = 0, \tag{2}$$

где

$$a = \sin 15^\circ, x = \sin 5^\circ, y = \sin 1^\circ.$$

Значение $\sin 15^\circ$ вычислено по $\sin 30^\circ$ по формуле половинного угла. Эти уравнения выведены на основе двух известных теорем Птолемея. Первое из этих уравнений Савай Джай Сингх приводит в форме, которая в наших обозначениях имеет вид:

$$15 \cdot 60x = x^3 + 3 \cdot 52^{(II)} 56^P 13^I 42^{II} 15^{III} 11^{IV} 07^V,$$

где

$$x = \sin 5^\circ.$$

Решая это уравнение методом ал-Каши, он получает:

$$x = 60 \sin 5^\circ = 5^P 31^I 45^{II} 38^{III} 26^{IV} 27^V 16^VI.$$

Второе уравнение Савай Джай Сингха в наших обозначениях имеет вид

$$16y^5 - 20 \cdot 60^2 y^3 + 5 \cdot 60^4 y = 5^{(V)} 33^{(IV)} 45^{(III)} 38^{(II)} 26^P 27^I 16^{II},$$

где $y = \sin 1^\circ$.

Для решения этого уравнения Савай Джай Сингх предложил оригинальный приближенный метод, сочетающий простоту и быструю сходимость.

Метод Савай Джай Сингха так же, как метод ал-Каши, является методом последовательных приближений. Применяя этот метод, он определяет значение $\sin 1^\circ$:

$$y = 60 \cdot \sin 1^\circ = 1^P 2^I 46^{II} 43^{III} 11^{IV} 14^V 44^{VI} 17^{VII}.$$

Переводя это значение $\sin 1^\circ$ в десятичные дроби, мы получим: $\sin 1^\circ = 0,017452406436$, ошибкой в 12-м десятичном знаке, равной $+3 \cdot 10^{-12}$.

За первое приближение уравнения (2) принимается

$$y_1 = \frac{x}{5}.$$

Поскольку точное значение $y = \frac{x}{5} + \alpha$, подставляя его в (2), получаем

$$5x - \frac{20x^3}{125} - \frac{60x^2\alpha}{25} - \frac{60x\alpha^2}{5} - 20\alpha^3 + \frac{15x^5}{5^5} + \dots + 16\alpha^5 = 0.$$

Отбрасывая члены, содержащие степени α и x , большие d и x^3 , мы получим

$$5x - \frac{20x^3}{125} - \delta_1 = 0, \quad \alpha \approx \frac{4a^3}{5^3},$$

откуда найдем второе приближение

$$y_2 = \frac{x}{5} + \alpha \approx \frac{x}{5} + \frac{4x^3}{5^3}.$$

Для нахождения третьего приближения подставим в уравнение (3) значение $\alpha = \frac{4a^3}{5^3} + \beta$, откуда найдем

$$\beta \approx \frac{224x^5}{5^5}, \quad \alpha \approx \frac{4x^3}{5^3} + \frac{224x^5}{5^6},$$

$$y_3 \approx \frac{x}{5} + \frac{4x^3}{5^3} + \frac{224x^5}{5^6}.$$

Последовательно продолжая этот процесс, находим желательные приближения

$$y_n = \frac{x}{5} + \frac{4x^3}{5^3} + \frac{224x^5}{5^6} + \frac{2752x^7}{5^7} + \dots \delta_n.$$

Очевидно, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n \rightarrow 0$ Савай Джай Сингх ограничивается третьим приближением.

Этот метод позволил Савай Джай Сингху составить таблицы тригонометрических функций с шагом аргумента в одну минуту с семью шестидесятеричными знаками, что соответствует 12 десятичным знакам с точностью 10^{-8} .

Литература

1. Савай Джай Сингх. Зиджи джаиди Мухаммадшахи, рукопись Института Востоковедения АН Тадж. ССР, № 786.

Malgorzata Frankowska-Terlecka (Poland)
SOME CONSIDERATIONS ON THE ROLE OF THE MEDIAEVAL
POSTULATES TO BASE SCIENTIFIC COGNITION
ON MATHEMATICS

"This paper gives a general outline of the problems to be presented in a monograph on which the authoress is working now, the main subject of which is mathematics as a model of thinking and the role of mathematics as seen by mediaeval thinkers who were seeking new methods of cognition.

One is accustomed to assume that more or less until the time of Francis Bacon the concept of the unity of sciences had been determined in its essence by religion and reduced to the idea of uniting all sciences in the service of God. Such an opinion does not seem to be based on the consideration of all aspects of the idea of scientific universalism in the Middle Ages. This idea derives indeed from the thought that the glory of God and the eternal salvation are the final goals of all human activity, the scientific activity not excepted - because the theological universalism predominant at that time postulated it. But many thinkers of the Middle Ages - especially the representatives of the new orientation toward the study of nature - not questioning the above general goals, were vividly interested in "particular" aims and concrete objectives of the scientific disciplines which could be turned to the service of society at large and of individuals. Such interests were the product of the new socio-economic and cultural conditions which took shape when the mediaeval mode of life was at its highest, that is, in the twelfth and thirteenth centuries. A growing demand for an effective advancement of knowledge was the foundation on which new scientific method was to appear. This method - one for all sciences - was to guaranty to all disciplines the absolute certitude and truth of their conclusions and to facilitate further studies. The postulate of a single scientific method for all branches of scientific cognition becomes, in a sense, a second cause of the idea of the unity of sciences, this time based on the methodological universalism. Being theoretically tied as regards its origin and the final goal with the theological universalism, the methodological universalism is autonomous and independent from the former for all practical purposes. The method which should unite all disciplines was to be founded on experiment on the one hand and, on the other hand, on

mathematics, the most perfect among the sciences because it commands the formal demonstration which, being made use of in other sciences, will ensure for them an accurate and precise mode of reasoning.

The most decided champion of the mathematical method (jointly with the experimental method) in the Middle Ages had been undoubtedly Roger Bacon who, in his works, now and again expressed his deep belief in the weight and significance of mathematics as a model of scientific thinking, and in its immeasurable practical utility. He was not alone in these considerations. One should look for texts expressing thoughts identical with, or similar to those of Bacon - first of all among the representatives of the Oxford school, taking Robert Grosseteste as the principal exponent of this type of opinions and - going back - in the school of Chartres which turned to Plato and the Pythagoreans. Undoubtedly, the Platonist and Pythagorean schools of thinking were the source of all concepts connected with the importance and methodological functions of mathematics.

The Neoplatonist, Augustinian and Arabic philosophic and scientific thought evolved various aspects of the Pythagorean philosophy of the number and jointly prepared the ground on which, when the scholastic learning reached its summit, new postulates grew of the mathematization of scientific cognition.

The only way to get the proper picture of mathematics in the Middle Ages as a discipline indispensable for a truly scientific cognition of the world is, naturally, one which leads through an accurate analysis of the mediaeval texts. The choice of the texts from which to start the analysis is not an indifferent matter, because the adoption of a particular point of departure often affects the direction in which the work is going to evolve; it might change the pla-

cing of emphasis and influence the perspective in which the questions are viewed. In our case, I think, we should start by getting acquainted with the mediaeval classifications of sciences. The task of classifying the sciences is usually undertaken when it becomes necessary to order anew the accumulated knowledge - whether on account of the increased tempo of the accumulation, or under the influence of new intellectual trends for which old moulds no longer suffice. This is exactly what had happened in the twelfth and thirteenth centuries. The classifications then made were, by and large, compilations - reflecting more or less accurately the average contemporary scientific thought, but also, as they took into consideration new sources, foretelling (though not always in a direct way) novel trends, often such as were actually to become prevalent many years later. A careful scrutiny of the place occupied in these classifications by mathematics may greatly facilitate further research work on the significance in the Middle Ages of the postulates for increasing the range of uses of mathematical sciences. The position in which mathematics was placed among other sciences by the authors of the various classifications would reflect more or less the average scientific opinion of the period. It will therefore supply a specific scale by which to appraise the attitude to mathematics of various authors - also in other texts than those concerned with the classification. The average scientific opinion will become a zero grade on our scale, something like the zero on the Celsius's thermometer. "Above" will be placed original, new thoughts, "below" - statements which are but an echo of the old theories and convictions.

It is interesting to note how even a very superficial review of several selected classifications of sciences - helps to bring out the course of the changes in the posi-

tion of mathematics among other disciplines. For Hugh of St. Victor, who relied exclusively on the Latin sources, like for Aristotle, mathematics is a science on a higher level of abstraction than physics; it treats various kinds of quantity, abstracted from corporeal bodies. Hugh of St. Victor, however, is aware of the methodological function of mathematics and places it - in the order of cognition - before physics. Though the methodological aspect disappears from later classifications, which drew freely from the Arabic sources, yet the practical utility of mathematical disciplines comes to the fore. The science of invention (*scientia de ingeniis*) of Dominicus Gundissalinus and the parts of the practical philosophy in Michael Scot testify to this fact. In Roger Bacon both aspects appear together. The practical application of the achievements of mathematical disciplines and the methodological role of mathematics in relation to other sciences are presented by him on the same plane, and he discusses both problems in a considerably more mature way than his predecessors ever did. For instance, the practical parts are set with their theoretical counterparts more logically - without linking theoretical mathematical knowledge in any way with bootmaking or weaving, as is done by Michael Scot.

The analysis of the mediaeval classifications of sciences could thus undoubtedly make a good starting point for a further scrupulous analysis of the texts, for the purpose of preparing a synthetic picture of the role played by the postulates put forward in the Middle Ages for assigning to mathematics the universal methodological function in the scientific cognition. Naturally, in the scientific cognition first of all. It seems, however, that the picture would not be complete should it fail to include at least an outline of the importance of mathematics in the everyday life of this period of history, at least an idea of how it was reflected in the arts, literature, music.

One should remember that mathematics in the Middle Ages was not only a science indispensable for acquiring knowledge, not only a discipline of enormous practical utility, but also a science reflecting the ideal of beauty. Mathematics is a beautiful science indeed, and it is worth showing that in the Middle Ages people had been aware of this fact.

Г.П. Матвиевская (СССР)

ТЕОРИЯ КВАДРАТИЧНЫХ ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЕЙ И ТЕОРИЯ ОТНОШЕНИЙ В ЕВРОПЕ ДО XVII в.

Как известно, математика средневековой Европы, базировавшаяся первоначально на скудных остатках греко-римской науки в объеме квадривинума, приобрела в XII в. прочную основу благодаря начавшемуся активному переводу арабской математической литературы на латынь. Конечно, значительное воздействие на европейскую математику оказала также византийская наука, а начиная с XIII в. — сочинения классиков античности, переводившиеся непосредственно с греческого языка. Однако, несомненно, что первый импульс для быстрого развития она получила благодаря переводам трудов ученых Ближнего и Среднего Востока. Несомненно также, что восточное влияние в европейской математике было преобладающим примерно в течение трех столетий.

Важнейшую часть средневековой научной литературы и на Востоке, и затем на Западе составляли комментарии к сочинениям древнегреческих ученых, и среди них одно из первых мест занимали комментарии к "Началам" Евклида. Они заслуживают внимательного изучения с самых различных точек зрения, так как являются документами, содержащими богатейший историко-научный материал. Сравнение первоначального текста "Начал" Евклида с арабскими, а затем латинскими версиями этого сочинения позволяют, с одной стороны, выявить то общее, на чем базировались ученые в течение полутора тысяч лет в попытках дать логическое обоснование математики, а с другой — проследить одновременно, как менялась трактовка тех или иных вопросов теории в разные периоды, на разных этапах развития науки.

Наглядный пример в этом отношении дает сравнительное изучение теории иррациональных величин (по "Началам" Евклида) в изложении арабских и европейских авторов.

Геометрическое учение об иррациональных величинах, дававшее теоретическую основу операций над числовыми иррациональностями, составляет предмет V и X книг "Начал". Книга X содержит частный раздел общей теории: в ней рассматриваются квадратичные и биквадратичные иррациональности и правила их преобразования. На практике математик прежде всего сталкивается именно с этими простейшими видами ирра-

циональных выражений и вопрос о числовой природе иррационального корня возник впервые именно в связи с объектами X книги "Начал". В V книге "Начал" рассматривается общая теория отношений величин как рациональных, так и иррациональных.

В математике средневекового Ближнего и Среднего Востока фактически стерлось античное противопоставление понятий числа и величины, была арифметизирована теория квадратичных иррациональностей. Однако понятие иррационального числа введено не было. Касаясь чисто теоретических вопросов, восточные математики возвращались на геометрические позиции греков и обосновывали арифметические действия над числовыми иррациональностями с помощью теории Евклида, изложенной в V и X книгах "Начал".

Существенным шагом вперед в развитии понятия действительного числа явилось, однако, стремление восточных математиков примирить точки зрения вычислителей и теоретиков. Как нам удалось ранее показать на основе исследования ряда арабских трактатов, содержащих комментарии к X книге "Начал" [1], в это время был четко сформулирован принцип взаимно-однозначного соответствия между объектами арифметики и геометрии: числовыми иррациональностями (квадратичными и биквадратичными), с одной стороны, и иррациональными геометрическими величинами — с другой.

Если обратиться к трактовке теории иррациональных величин в сочинениях ученых средневековой Европы, то оказывается, что перед нами здесь прежде всего яркий пример преемственности математических идей, ибо европейские математики полностью базировались в этих вопросах на сочинениях своих восточных предшественников.

До XII в. ни у Боэция, ни у других европейских математиков, работавших в римской традиции, теория иррациональных величин не рассматривается. Есть, правда, предположение, что она излагалась в утраченном сейчас латинском переводе "Начал", выполненном до XII в. с греческого оригинала, о чем свидетельствует, в частности, термин "rati", применявшийся Леонардо Пизанским в "Книге абака" для обозначения понятия рациональности, являющийся транскрипцией греческого термина. Однако не исключено, что все такого рода сведения у Леонардо Пизанского были получены им в Византии.

Впервые, насколько сейчас известно, определение иррациональной величины, а также изложение теории квадратичных иррациональностей дал в XII в. Герардо Кремонский в выполненных им переводах комментариев ан-Найризи и Мухаммада ибн Абд ал-Баки ал-Багдади к X книге "Начал" Евклида. Он обозначил понятие иррациональности словом "surdus" (глухой), что представляет собою буквальный перевод соответствующего арабского термина "асам". Герардо повторяет определение, знакомое нам по арабским трактатам: "Глухая величина — это та, которую нельзя выразить словом, как, например, корни из чисел, не являющихся квадратными". Следует заметить, что это определение фигурирует и в более поздних европейских сочинениях вплоть до XVI в.

Из восточных трудов в Европе был усвоен также подход к обоснованию действий с числовыми иррациональностями. По-прежнему основное значение имела при этом геометрическая теория X и V книг "На-

чал", но предполагалось наличие взаимно-однозначного соответствия между объектами геометрии и арифметики.

Поскольку геометрическая теория квадратных иррациональностей стала известна в Европе по арабским версиям "Начал", то сразу была воспринята и ее арифметическая интерпретация. Стоя на этой основе, европейские математики шли по пути арифметизации теории величин и выработки понятия действительного числа смелее, чем их предшественники, намного более тесно связанные античными геометрическими представлениями. Чрезвычайно показательно в этом плане сравнение комментариев к X книге "Начал" в версиях Кампано (XIII в.), который придерживался "арабского Евклида", и Замберти (XVI в.), впервые поставившего цель возродить греческий подлинник и избавить его от позднейших изменений.

Не менее интересны алгебраические сочинения XII—XV вв. Леонардо Пизанского, Луки Пачоли, Никола Шюке, Иоганна Видмана, которые, строго следуя восточному образцу, излагали X книгу "Начал" в виде сборника правил преобразования числовых иррациональностей. Непрерывность традиции выявляется здесь с полной ясностью, если сравнить упомянутые сочинения с алгебраическими трактатами ал-Караджи, Ибн ал-Багдади, Ибн ал-Банна, ал-Капасади.

Однако европейские математики, освоив полностью восточное наследие, уже вскоре проявили стремление выйти за пределы круга вопросов, рассматривавшихся их предшественниками. Необходимость этого вытекала из нужд развивавшейся алгебры, которая впоследствии предоставила и реальные возможности решения такого рода задачи.

Значительный шаг вперед сделал уже Леонардо Пизанский в XIII в., показавший, что решение кубического уравнения определенного вида может быть получено с помощью иррациональностей, рассматривающихся в X книге "Начал".

Что касается античной теории отношений, то она играла в средневековой европейской математике не менее важную роль, чем в восточной; причем сфера ее приложения здесь значительно расширилась за счет естественных наук. С нею познакомились по греческим источникам уже до XII в., а позднее широкую популярность приобрели переводы арабских сочинений, посвященных этой теории. Однако в Европе она претерпела существенные изменения, как по сравнению с античным, так и с восточным ее вариантом. В частности, не было воспринято ни обычное на Востоке "антифайретическое" определение равенства отношений, ни классическое определение Евдокса. Характерным стало определение равенства целочисленных отношений с помощью "знаменования", т.е. некоторого целого или дробного числа, выражающего отношение. Важное значение придавалось теории составных отношений. Составное числовое отношение стало формулироваться как отношение, определяемое произведением "знаменований" исходных отношений. Такой подход значительно облегчил дальнейшую арифметизацию теории отношений. Результаты же, полученные в этом направлении Омаром Хайямом и Насир ад-Дином ат-Туси (XII—XIII вв.), очевидно, остались неизвестными европейским математикам.

Таким образом, до конца XV в. в трактовке основных понятий теории иррациональных величин, в ее содержании и форме изложения не наблюдалось принципиальных изменений по сравнению с восточной математикой. Такие изменения принесло с собой XVI столетие.

Литература

1. Г.П. Матвиевская. Учение о числе на средневековом Ближнем и Среднем Востоке. Ташкент, 1967.

Джамаль ад-Даббах (Ирак)

ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ АРАБСКОМ ВОСТОКЕ

Методы нахождения площадей фигур с кривыми периметрами и объемов тел с кривыми поверхностями составляли одну из важных областей греческой математики, интересовавших арабских ученых в средние века. Арабы познакомились с этими методами по "Началам" Евклида и по двум трудам Архимеда "Измерение круга" и "О шаре и цилиндре". Остальные книги Архимеда, касающиеся этой проблемы, а именно: "Квадратура параболы", "О коноидах и сфероидах" и "О спирали" — не были известны арабским ученым того времени.

Известно, что греческие математики находили площади и объемы с помощью метода Евдокса, который получил в XVII в. название "метода исчерпывания". Этот метод содержит основные идеи теории пределов. Для того чтобы найти площадь фигуры A , пользуясь этим методом, нужно вписать в A многоугольник A_n так, чтобы, неограниченно увеличивая число его сторон, можно было сделать разность $A - A_n$ меньше любой наперед заданной величины. В современной символике это означает, что $A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$. С другой стороны, исходя из геометрических свойств фигуры A , нужно найти площадь многоугольника в виде функции от числа n , а затем найти предел этой функции при стремлении n к бесконечности. Тогда A должно быть равно этому пределу. Здесь главную роль играет основная лемма метода исчерпывания, доказанная Евклидом в 1 предложении X книги его "Начал".

Архимед ввел новое понятие верхних и нижних интегральных сумм. Он сделал это при нахождении площади первого оборота спирали Архимеда и при нахождении объемов параболоида вращения и эллипсоида. Таким образом Архимед развил метод исчерпывания и сделал его прообразом современного метода интегрирования. При этом его вычисления эквивалентны вычислению интегралов

$$\int_a^b x dx \quad \text{и} \quad \int_a^b x^2 dx.$$

Арабские ученые IX–XI веков смогли быстро освоить античный метод исчерпывания, и, применяя этот метод, они получили некоторые новые результаты. Первыми в этом отношении были три брата Мухаммад, Ахмед и аль-Хасан Бану Муса, работавшие в IX веке в Багдаде. Содержание их геометрического трактата "Об измерении плоских и телесных фигур" не выходит за рамки геометрических знаний греческих математиков, однако в этом трактате даны новые методы определения площади круга, объема и поверхности шара, отличные от метода Архимеда. При этом авторы неявно опираются на две теоремы, содержащие основную часть метода исчерпывания, т.е. предельный переход. В первой теореме утверждается, что если имеются две любые concentрические окружности, то во внешнюю окружность можно вписать многоугольник, стороны которого не касаются внутренней. Во второй теореме утверждается, что в случае двух любых concentрических сфер во внешнюю сферу можно вписать тело, составленное из усеченных конусов, поверхность которого не касается внутренней сферы. Бану Муса не доказывают эти теоремы, вероятно, потому, что они были доказаны Евклидом в его "Началах".

Более важными по содержанию были трактаты также работавшего в Багдаде Сабита ибн Корры (836–902), ученика старшего из трех братьев, Мухаммада. В трактатах Сабита ибн Корры "О площади параболического сечения, называемого параболой" и "Об объеме параболического тела" находятся, соответственно, площадь параболического сегмента и объем параболоида вращения. Отметим еще раз, что соответствующие труды Архимеда не были известны автору. Сабит ибн Корра заново и независимо от Архимеда ввел понятие интегральных сумм с тем отличием, что он делил промежуток интегрирования на неравные части, находящиеся в отношении нечетных чисел, начинающихся с единицы. Известно, что этот важный факт приписывался раньше французскому ученому Ферма. Отметим, что Сабит ибн Корра применял метод интегральных сумм уже в плоском случае для квадратуры параболы, что не было сделано Архимедом. А.П. Юшкевич показал, что вычисление Сабита ибн Корры при нахождении площади параболы эквивалентны вычислению определенного интеграла $\int_a^b \sqrt{xdx}$.

Вскоре после Сабита ибн Корры несколько арабских ученых занимались нахождением объемов параболоидов. Абу Сахл аль-Кухи (вторая половина X века) и египетский математик и физик Абу Али Ибн аль-Хайсам (965–1038) занимались нахождением объема сегмента параболоида вращения. Их метод в основном совпадает с методом Архимеда. Кроме этого Ибн аль-Хайсам нашел объем шара и параболического веретена, образованного вращением сегмента параболы вокруг его основания. Для нахождения объема последнего тела он вычисляет суммы квадратов, кубов и четвертых степеней натурального ряда. Правила Ибн аль-Хайсама равносильны следующим формулам:

$$\sum_1^n k^2 = n(n + \frac{1}{2})(\frac{n}{3} + \frac{1}{3}),$$

$$\sum_1^n k^3 = n^2 (n + 1) \left(\frac{n}{4} + \frac{1}{4} \right),$$

$$\sum_1^n k^4 = n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{n}{5} + \frac{1}{5} \right) \left[n(n + 1) - \frac{1}{3} \right]$$

Само вычисление объема у Ибн ал-Хайсама эквивалентно вычислению определенного интеграла $\int_a^b x^4 dx$.

В отличие от Архимеда Ибн ал-Хайсам находит объем шара с помощью тех же интегральных сумм. Таким образом, он применял эти суммы для всех найденных им объемов. Он близко подошел к общему понятию определенного интеграла как средства нахождения площадей и объемов. Однако введение этого понятия было невозможно в то время из-за неразвитости алгебраического аппарата и отсутствия алгебраической символики.

Остановимся на основной лемме метода исчерпывания. В ней утверждается, что если вычитать из данной величины больше ее половины, из остатка — больше его половины и неограниченно повторять этот процесс, то можно прийти к величине, которая меньше любой наперед заданной величины. Это эквивалентно тому, что $\lim (\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n) = 0$, если $0 < \beta_i < \frac{1}{2}$ для всех $i = 1, 2, \dots$. Сабит ибн Корра обобщил эту лемму и доказал ее в случае $0 < \beta_i < \alpha < 1$.

О влиянии работ арабских ученых в области определения площадей и объемов ничего не известно, за исключением упомянутого вначале трактата Бану Мусы, который был переведен в XII веке на латинский язык и оказал большое влияние на распространение геометрических знаний греческих ученых в средневековой Европе.

А.И. Володарский (СССР)

МАТЕМАТИКА В КНИГАХ "ШУЛЬБА-СУТРА"

Один из разделов древнеиндийской ведической литературы носит название "Шульба-сутра". Это трактаты, связанные с правилами измерений и построений различных жертвенных алтарей. Сам термин "шульба" (иногда произносится как "шульва") означает веревку, струну, канат, нить, а корень "шульб" означает действие или процесс измерения. Поэтому трактаты, называемые "Шульба-сутра", могут быть переведены как "Сборник правил по измерению с помощью веревки различных линейных, плоских и пространственных фигур" или просто "Правила веревки".

Книги "Шульба-сутра" дошли в нескольких редакциях — Баудхайаны, Манавы, Апастамбы, Катияйаны, Хиранйакешы, Вадхулы, Варахи, Лаугакши.

"Шульба-сутра" в редакции Баудхайаны является наиболее ранней и наиболее полной работой; ее составление относится к V—IV вв. до н.э. Она состоит из 525 строф, разделенных на три главы: первая глава из 116 строф содержит геометрические утверждения, необходимые для построения алтарей; во второй главе, насчитывающей 86 строф, описываются различные виды алтарей и приводятся соотношения между отдельными частями жертвенников; в наиболее объемной третьей главе (323 строфы) даны исходные и требуемые алтари.

"Шульба-сутра" в редакции Манавы — более позднее и сравнительно небольшое по объему сочинение; в нем приведено описание частных видов жертвенников, которые не встречаются в других работах.

"Шульба-сутра" в редакции Апастамбы (V—IV вв. до н.э.) состоит из 223 строф, разделенных на шесть глав. В ней рассматриваются аналогичные проблемы, что и в других сочинениях.

"Шульба-сутра" в редакции Катияйаны (IV—III вв. до н.э.) также разбита на шесть глав, хотя она более короткая чем предыдущая — всего 102 строфы. Здесь приведена в обобщенном виде теорема Пифагора и даются решения прямоугольных треугольников в рациональных числах.

"Шульба-сутра" в других редакциях не содержит нового материала по сравнению с упомянутыми сочинениями.

Из книг "Шульба-сутра" можно почерпнуть сведения о знаниях ведических индийцев по арифметике, алгебре, теории чисел, геометрии.

Широкое распространение в этот период получила десятичная нумерация; существовали специальные названия для достаточно больших степеней десяти. Эти наименования порой образовывались с помощью аддитивного, субтрактивного и мультипликативного принципов, которые позднее стали необходимыми компонентами при создании позиционной системы счисления.

Для обозначения дробей в "Шульба" применяли специальные термины "амша" и "бхага" в сочетании с количественными и порядковыми числительными, например, триамша — $1/3$, панчамабхага — $1/5$. О сложении, вычитании, умножении, делении и возведении дробей в квадрат можно судить по следующему отрывку из "Шульба-сутры" Баудхайаны: "Затем он измерил площадь этой квадратной фигуры, сторона которой равна трем без одной трети пуруша. С западной стороны этого квадрата есть рукоятка, длина которой равна половине пуруша, увеличенной на десять ангула (т.е. на $1/12$ пуруша), а ширина — одной пуруше, уменьшенной на одну треть. Это дает площадь жертвенника, равного семерке, к которой добавляются два аратни и один прадеша". Поскольку два аратни и один прадеша равны 60 ангула, или $1/2$ пуруша, то площадь жертвенника составит:

$$\left(3 - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{12}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 7 \frac{1}{2}.$$

Большой интерес вызывают описанные в "Шульба" действия с иррациональными величинами, для которых был введен специальный термин "карани". Так, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{18}$ назывались соответственно два-карани, три-карани, чатур-карани, аштадаш-карани. Апастамба приводит пример, в котором выполняются сложение и умножение иррациональных величин: "Единицу пракрымы следует заменить на $\frac{1}{\sqrt{3}}$ пракрымы, в другом случае основания должны быть в 8 и 10 раз по $\sqrt{3}$, а высота трапеции должна быть 12 раз по $\sqrt{3}$ ". В первом случае площадь трапеции составит $\frac{36}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{24}{\sqrt{3}} + \frac{30}{\sqrt{3}} \right) = 324$; эту же величину получим и во втором случае:

$$12\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}(8\sqrt{3} + 10\sqrt{3}) = 324.$$

При построении алтарей порой приходилось решать задачу о нахождении размеров фигуры, подобной данной, площадь которой увеличилась на некоторую величину. Так, трапеция, верхнее основание, нижнее основание и высота которой равны соответственно 24, 30 и 36 единиц, увеличена в K раз, при этом площадь увеличилась на известную величину m ; задача о нахождении размеров новой фигуры сводится к решению следующего неполного квадратного уравнения:

$$36K \cdot \frac{(30K + 24K)}{2} = 36 \frac{(30 + 24)}{2} + m,$$

т.е. $972K^2 = 972 + m$.

В других случаях, когда у алтаря, состоявшего из нескольких квадратов и прямоугольников, изменились пропорционально не все части, нужно было решать полное квадратное уравнение, например, такое:

$$14K^2 + K = 15 + 2m.$$

При преобразовании квадрата площадью a^2 в квадрат площади na^2 Катияяна предлагает пользоваться следующим приемом: сторона нового квадрата есть высота равнобедренного треугольника, у которого основание равно $(n-1)a$, а боковая сторона равна $\frac{(n+1)a}{2}$. Ясно, что

$$h^2 = \left[\frac{(n+1)a}{2} \right]^2 - \left[\frac{(n-1)a}{2} \right]^2 = na^2.$$

Если положить $n = m^2$, то имеем $m^2 a^2 + \left(\frac{m^2 - 1}{2} \right)^2 a^2 = \left(\frac{m^2 + 1}{2} \right)^2 a^2$,

что дает решение неопределенного уравнения второй степени $x^2 + y^2 = z^2$.

Другие построения жертвенников приводят к решению системы неопределенных уравнений первой степени следующего вида

$$\begin{cases} x + y = 21, \\ \frac{x}{m^2} + \frac{y}{n^2} = 1. \end{cases}$$

Хотя метод решения не указан, Баудхайана сообщает два набора целочисленных решений: для $x=9$, $y=12$ имеем $m=6$, $n=4$; для $x=5$, $y=16$ имеем $m=3$, $n=6$.

Постройка алтарей регламентировалась следующими правилами: они ориентировались по странам света; в их основании лежали строго определенные фигуры; основания были либо подобными с целочисленными коэффициентами пропорциональности, либо различными геометрическими фигурами, но равновеликими по площади. Все это приводило к решению следующих задач: построение прямого угла, квадрата, прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами, построение из них трапеций, преобразование прямоугольника в равновеликий квадрат, построение квадрата, равновеликого сумме или разности двух данных квадратов. При выполнении различных построений встречаются утверждения, сходные с теми, которые позднее можно найти в эллинистической науке. Так, прямую линию можно делить на бесконечное число равных частей; круг можно разбить диаметрами на любое число частей; каждая диагональ делит прямоугольник пополам, а обе диагонали в точке пересечения делятся пополам, при этом прямоугольник делится на четыре части; прямая линия, соединяющая вершину с серединой противоположной стороны, делит равносторонний треугольник на две равные части; параллелограммы, построенные на одном и том же основании и между теми же параллельными линиями, равны между собой.

Во всех построениях видное место занимала теорема Пифагора. Составители "Шульба" применяли шесть прямоугольных треугольников с целыми сторонами: 3, 4, 5; 5, 12, 13; 8, 15, 17; 7, 24, 25; 12, 35, 37; 15, 36, 39. Из этих и подобных им треугольников составлялись равнобедренные трапеции. С помощью теоремы Пифагора также производилось удвоение, утроение и т.п. данного квадрата, а также преобразование данного прямоугольника в квадрат.

В "Шульба" даны точные и приближенные правила нахождения площадей треугольника, параллелограмма, трапеции, объемов призмы, цилиндра, усеченной призмы.

Хотя математические элементы "Шульба-сутра" носят разрозненный характер, но и они свидетельствуют о значительных познаниях индийских математиков в эпоху составления этих книг.

Menso Folkerts (West-Berlin)

DIE KENNNTNIS DER NEGATIVEN ZAHLEN IN WESTEUROPA
BIS ZUM 16. JAHRHUNDERT

In allen bedeutenden alten Kulturen (China, Indien, Mesopotamien, Ägypten, Griechenland) treten schon früh gebrochene Zahlen auf. Erfordernisse des täglichen Lebens brachten es mit sich, Teilungs- oder Messungsaufgaben auch für solche Fälle zu behandeln, bei denen die Division nicht aufging. Die Lösung dieses Problems führte zur ersten vollständigen gelungenen Erweiterung des Zahlbegriffs über die positiven ganzen Zahlen hinaus.

Demgegenüber tritt die konsequente Umkehrung der einfachsten Rechenart, nämlich der Addition, historisch erst viel später auf. Zwar begegnen uns überall Subtraktionsaufgaben, aber stets ist der Minuend grösser als der Subtrahend. Auch die Griechen haben keine negativen Zahlen gekannt; nie, auch nicht in spätester Zeit, wird bei ihnen etwas Grösseres von etwas Kleinerem subtrahiert. Am weitesten auf diesem Weg ging zweifellos DIOPHANT (3. Jahrhundert). In seiner Arithmetik führt er additive und subtraktive Grössen ein, er gibt die Rechenregel für die Multiplikation an und entwirft sogar ein Zeichen für die abziehende Grösse, den Subtrahenden. DIOPHANT kennt aber noch nicht den abstrakten Begriff "negative Zahl", denn seine $\acute{\upsilon}\tau\lambda\epsilon\gamma\chi\omicron\nu\tau\alpha$ bzw. $\lambda\epsilon\acute{\iota}\pi\omicron\nu\tau\alpha \epsilon\acute{\iota}\delta\eta$ sind stets Koeffizienten in Polynomen; er rechnet nur mit Differenzen, deren Wert grösser als Null ist, und negative Lösungen einer Gleichung sind unzulässig⁴⁾: Die Koeffizienten werden derartig bestimmt, dass negative Werte vermieden werden. DIOPHANT benutzt negative Grössen also nur in Verbindung mit positiven, von denen sie abgezogen werden. Erst in dem Kommentar, den MAXIMOS PLANODES um 1300 in Konstantinopel zu DIOPHANT schrieb, treten schon vereinzelt negative Zahlen auf⁵⁾.

Den Übergang vom negativen Koeffizienten zur negativen Zahl haben zuerst chinesische Mathematiker vollzogen. Wir bege-

gnen diesen Grössen zuerst im Buch 8 der Mathematik in 9 Büchern, jenem zentralen Werk der frühen chinesischen mathematischen Literatur, das im 1. Jahrhundert v. Chr. überarbeitet wurde, aber auf älteren mathematischen Schriften beruht. Positive und negative Elemente - sie werden zheng = richtig bzw. fu = falsch, Schuld genannt - werden hier losgelöst von ihrer ursprünglichen Bedeutung als Gleichungskoeffizienten verwendet. Man kennt die Additions- und Subtraktionsregeln für positive und negative Zahlen, nicht aber negative Lösungen von Gleichungen.

Möglicherweise unter chinesischem Einfluss drangen die negativen Zahlen in der Folgezeit auch in die indische Mathematik ein. Zuerst fassbar sind sie bei BRAHMAGUPTA im 18. Buch seines Werkes (um 628). Er beschränkt sich nicht auf die Rechenregeln für Addition und Subtraktion positiver wie negativer Zahlen, sondern gibt auch die entsprechenden Anweisungen für die Multiplikation, Division, das Quadrieren und Ausziehen der Quadratwurzeln. Die positiven Zahlen nannte man dhana oder sva (=Eigentum), die negativen rina oder ksaya (=Verminderung, Schuld). Während Chinesen und Inder fast selbstverständlich mit negativen Zahlen operierten, blieb diese Errungenschaft in den arabischen Ländern während des Mittelalters weitgehend unbekannt. Bisher weiss man lediglich von einem Text, in dem negative Zahlen als "Schuld" erklärt werden^{b)}. So liegt die Vermutung nahe, dass man auch im lateinisch sprechenden Europa erst sehr spät die negativen Zahlen einfuhrte. Diese Ansicht wird auch in den Darstellungen der Mathematikgeschichte vertreten⁹⁾; sie muss aber zumindest spezifiziert werden. Es hat sich nämlich ein kurzer anonymes Text erhalten, der spätestens im 9. Jahrhundert vielleicht in Frankreich entstand und der sich mit negativen Grössen beschäftigt. Es handelt sich um Teil 4 des in den BEADA-Ausgaben abgedruckten¹⁰⁾, bisher aber vernachlässigten Schriftchens De arithmetiis propositionibus. Eine Analyse des Textes mit kritischer Edition wird an anderer

Stelle erscheinen¹¹⁾: Auf Grund der Überlieferung ist es wahrscheinlich, dass Teil 4 dieser Schrift ursprünglich nicht zu den übrigen Teilen gehörte; er ist aber nur unwesentlich jünger, da die älteste erhaltene Handschrift aus dem 9. Jahrhundert stammt¹²⁾. In diesem Text werden sehr ausführliche Anweisungen über die Addition positiver und negativer Zahlen gegeben. Der Terminus für "positive Zahl" lautet verum, der für "negative Zahl" minus; äquivalente Bezeichnungen sind essentes oder existentes numeri bzw. non essentes oder non existentes numeri¹³⁾. Der Text zeigt klar, dass hier die negativen Grössen nicht mehr als Subtrahenden eines mehrgliedrigen Ausdruckes, sondern bereits als selbständige Objekte behandelt werden. Hier wird zunächst die Addition recht global dargestellt¹⁴⁾ und dann an Hand von mehreren Beispielen ausführlich erläutert, wie man negative und positive Zahlen verschiedenen Betrages zusammenfügen kann¹⁵⁾. Angaben darüber, wie man derartige Grössen subtrahiert, multipliziert oder dividiert, fehlen, Obwohl dieser Text keine so umfassenden Regeln wie die entsprechenden chinesischen und indischen Arbeiten aufweist, ist er doch für das lateinisch sprechende Mittelalter ein Unikum. Vermutlich handelt es sich um eine eigenständige Leistung ohne Vorbild und auch ohne unmittelbare Weiterwirkung.

Die wenigen Erwähnungen negativer Zahlen in den folgenden Jahrhunderten bedeuten gegenüber dem Pseudo-BEDA-Text einen Rückschritt. So finden wir in einer Handschrift des 11. Jahrhunderts¹⁶⁾ neben vier anderen mathematischen Texten einen kurzen Abschnitt, in dem offenbar die Differenz zwischen einer positiven und einer negativen Zahl bestimmt wird¹⁷⁾. Das Rezept lautet: Man nehme den Betrag der kleineren (negativen) Zahl und addiere ihn zur grösseren (positiven); das Ergebnis ist die Differenz. Auch bei LEONARDO von Pisa, dem wohl grössten westeuropäischen Mathematiker in der ersten Hälfte des

13. Jahrhunderts, begegnen uns Ansätze zur Einführung der negativen Zahlen: In seinem Liber abaci (1202, 1228) erwähnt LEONARDO ähnlich wie DIDPHANI die Multiplikationssätze für additive und subtraktive Grössen, die er diminuta bzw. addita nennt¹⁸⁾. Aber auch hier darf man noch nicht von negativen Zahlen sprechen, da seine Grössen die Koeffizienten von Binomen sind, die aus einer ganzen Zahl und einer Quadratwurzel bestehen. Etwas weiter geht LEONARDO in seiner um 1225 entstandenen Aufgabensammlung mit dem Titel Flos: In einem Beispiel sind die Zahlenwerte so gewählt, dass ein Geldbetrag einen negativen Wert annehmen müsste. LEONARDO bezeichnet diese Aufgabe als unlösbar, sofern nicht eingeräumt wird, dass ein Gesellschafter eine Schuld habe¹⁹⁾.

Eine systematischere Anwendung negativer Zahlen in Westeuropa lässt sich erst seit Ende des 15. Jahrhunderts feststellen. Der ungeheure Aufschwung, den die Algebra vor allem in Deutschland, Frankreich und Italien um die Wende zum 16. Jahrhundert erfuhr, wirkte sich auch auf die Kenntnis der negativen Grössen aus. So nimmt es nicht wunder, dass im Streben nach Systematik an verschiedenen Stellen etwa gleichzeitig die positiven auf die ganzen Zahlen erweitert wurden. Es kann hier nicht der Ort sein, möglichst alle derartigen Versuche aufzuzählen, zumal die nur handschriftlich erhaltenen Texte erst teilweise ausgewertet sind. Einige Beispiele mögen stellvertretend stehen:

Der aus Paris stammende Mathematiker NICOLAS CHUQUET gibt im ersten Teil seines Handschrift gebliebenen Werks Le triparty en la science des nombres (Lyon 1484) einen Überblick über das Rechnen mit rationalen Zahlen. Während er bei der Subtraktion nur Beispiele erläutert, bei denen der Minuend den Subtrahenden übertrifft, werden im Abschnitt über den Dreisatz vielfach subtraktive Grössen erwähnt, ohne dass sie als selbständige negative Zahlen gedeutet werden. CHUQUET

gibt Regeln für die Addition und Subtraktion , aber auch für die Multiplikation an . In einer Aufgabensammlung, die in der Handschrift folgt und die vermutlich ebenfalls von CHUQUET stammt, finden sich mehrfach Gleichungen, deren Lösungen negative Zahlen ergeben. Der Verfasser verteidigt das Ergebnis als richtig, obwohl manche das Gegenteil behaupten und deutet in einem anderen Fall eine negative Lösung als Geldschuld .

CHUQUETS Rechenregeln für negative Zahlen haben ihre Entsprechung bei Luca PACIOLI, der sogar zu beweisen versucht, warum minus mal minus plus ergibt, und in den Regulae Cosae vel Algebrae in der Wiener Handschrift 5277, Dieser Codex, der zwischen 1500 und 1520 geschrieben wurde, ist als Bindeglied zwischen den ungedruckten Darstellungen der frühen deutschen Algebra und den ersten gedruckten Algebrabüchern wichtig, steht doch fest, dass Heinrich SCHREYBER in seinem Rechenbuch 1516/21 und Christoff RUDOLFF 1525 auf diese Handschrift zurückgriffen. Der Text beginnt auf fol.2r mit schematischen Anweisungen über Addition, Subtraktion und Multiplikation . Diese werden im folgenden noch mehrfach wiederholt und erläutert . Die Zahlenbeispiele beweisen, dass es auch hier noch darum geht, Operationen mit Polynomen auszuführen. Gelegentlich werden die Symbole + und - auch schon als Vorzeichen verwendet .

Es ist das Verdienst Michael STIFELS, als erster in Westeuropa das Wesen der negativen Zahlen voll erkannt zu haben. In seiner Arithmetica integra (1544) setzt er die Zahlenreihe über Null hinweg nach links fort und erhält so die numeri absurdi, die kleiner als Null sind . Mit diesen negativen Zahlen rechnet er additiv, multiplikativ und divisiv richtig und erkennt auch negative Exponenten an. Durch die Gleichberechtigung der negativen Zahlen kann STIFEL jetzt auch negative Koeffizienten in der quadratischen Gleichung zulassen und so als erster alle Unterfälle dieser Gleichung

auf eine einheitliche Form reduzieren. Allerdings sind negative Wurzeln in Gleichungen noch immer nicht ertaubt. Es dauerte noch bis zum 19. Jahrhundert, ehe die Erweiterung des Zahlbegriffs auf negative Zahlen logisch befriedigend gelöst war, so dass die Zulässigkeit, mit ihnen zu rechnen, gesichert war.

Anmerkungen

- 1) Er nennt die additiven Grössen ὑπάρχοντα bzw. ὑπερξίς, die subtraktiven λείποντα εἶδη bzw. λείψις : Opera omnia, ed. P. TANNERY, I, Leipzig 1893, S. 12-14.
- 2) λείψις ἔστι λείψιν πολλὰ πλεονάζουσα τοῦ ὑπερξίς, λείψις δὲ ἔστι ὑπερξίς τοῦ λείψιν : DIOPHANT I, S. 12, 19f. TANNERY.
- 3) τῆς λείψεως ἑξαῖτων ἑξήμιτ' ἑκάτω νεῦον M : DIOPHANT I, S. 12, 20f. TANNERY. Eine überzeugendere Erklärung des Symbols gibt TH. HEATH, Diophantus of Alexandria, Cambridge 1910 = New York 1904, S. 42-44.
- 4) Ein Beispiel für eine unmögliche (ἄτοκος) Lösung ist V 2 (= I, S. 312, 18 TANNERY): Die Lösung der Gleichung $4x+20=4$ ist deshalb ἄτοκος, weil "die Vier nicht kleiner als 20 sein darf".
- 5) Z.B. heisst es dort, dass $(-x) \cdot x$ zu $(-x^2)$ wird: DIOPHANT II, S. 199, 20f. TANNERY.
- 6) Einen guten Überblick vermittelt A.P. JUSCHKEWITSCH, Geschichte der Mathematik im Mittelalter, Leipzig 1904, S. 36-39.
- 7) Siehe JUSCHKEWITSCH (Anm. 6), S. 120f., und B. DATTA/A.N. SINGH, History of Hindu mathematics, Part 2, Lahore 1930, = Bombay 1902, S. 21f.
- 8) A.P. JUSCHKEWITSCH / B.A. ROSENFIELD: Die Mathematik der Länder des Ostens im Mittelalter, Berlin 1963, S. 128f.: Abū'l-wafa, um 970.
- 9) Z.B. J. TROPFKE, Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung, II³, Berlin/Leipzig 1933, S. 97; JUSCHKEWITSCH (Anm. 6), S. 39.

- 10) Zuletzt bei MIGNE, Patr. Lat. 90, Sp.665-668.
- 11) Menso FOLKERTS, Ps.Beda: De arithmetiis propositionibus.
Eine mathematische Schrift aus der Karolingerzeit. Sudhoffs Archiv (im Druck).
- 12) Vat.Reg.lat.755, f.98r, aus Blangy oder Sens. Mir ist nur noch ein weiterer Codex bekannt, der diesen Text enthält: Würzburg, Mp.th. 4° 60, f.96rv, s.13 in. aus Süddeutschland.
- 13) Das verum erinnert an die Bezeichnung numeri veri, die im 17. Jahrhundert für die positiven Zahlen benutzt wurde; entsprechend hiessen die negativen numeri falsi.
- 14) Pone summam numeri quam volueris in veri, hoc est essentiae nomine, et pone aliam summam cuius volueris numeri in adverbii, quod minus dicitur, nomine, quod nihil significare dixi, et confer illas duas summas. Quae maior fuerit, vincit minorem et consumit eam iuxta quantitatem magnitudinis suae.
- 15) Die Termini sind iungere, ponere, conferre.
- 16) Montpellier 491, f.111v, Ostfrankreich.
- 17) duo numeri ... qui oppositione augmenti et detrimenti distantur.
- 18) Et notandum, quia cum multiplicatur aliqua diminuta per diminuta, tunc illa multiplicatio crescit; et cum multiplicatur addita inter se, tunc etiam et ipsa eorum multiplicatio est augmentanda; sed cum multiplicatur addita per diminuta, tunc eorum multiplicatio est minuenda: Scritti, ed. B. Boncompagni, I, Roma 1857, S.369.
- 19) Hanc quidem questionem incolubilem esse monstrabo, nisi concedatur, primum hominem habere debitum: Scritti, ed. B. BONCOMPAGNI, II, Roma 1862, S. 238.
- 20) Et qui adiouste vng moins avec vng aultre nombre ou qui dicellui le soustrayt laddition se diminue et la soustraction croist ainsi comme qui adiouste. Moins 4 avec 10 l'addi

cion monte 6. Et qui de 10 en soustrait moins 4. Il reste
14: Bullettino Boncompagni 13, S. 641.

21) Qui multiplie plus par plus et moins par moins Il en vient plus. Et qui multiplie plus par moins vel econtra Il en vient tousiours moins: Bull. Bonc.13, S.722. Die bei CHUQUET folgenden Zahlenbeispiele erinnern stark an LEONARDO, Scritti I, S. 369.

22) Z.B.Aufgabe 14; Ainsi ce calcule est vray que aulcuns tiennent Impossible: Bull.Bonc.14, S.419.

23) Aufgabe 43: Bull.Bonc.14, S. 427.

24) Summa, Venedig 1494, f. 112v-115r.

25) Herr Dr.W.KAUNZNER, Regensburg, stellte mir freundlicher-
weise eine Kopie der Texte zur Verfügung. Sie lauten:
Consitiones circa + vel - in additione.

+ et +	}	facit	+	}	addantur non habendo respectum
- et -	}		-	}	quis numerus sit superior.
Si fuerit	{	+ et -		}	simpliciter subtrahatur minor nume-
	{	- et +		}	rus a maiori et residuo sua ascri-
					batur nota.

Conditiones circa + et - in subtractione.

Si fuerit + et + vel - et - exeunte numero superiore maiore fiat subtractio et relicto sua ascribatur nota. Quod si inferior excesserit superiorem, fiat subtractio, et residuo apponatur nota aliena.

Si fuerit	{	+ et -		}	addantur absque ullo respectu superio-
	{	- et +		}	ris et inferioris quandoque tum
					ad excessum productum habebit

Conditiones circa + et - in multiplicatione.

+ per + vel - per - surgit +.

+ per - vel - per + crescit -.

26) f.3v-4r, 4v, 6r.

27) Etwa f.6r: x mal -x° ergibt -x.

28) finguntur ... numeri infra 0, id est, infra nihil: f.249r.

- 29) Cap.5: De numeris cossicis et irrationalibus et eorum algorithmo, et de numeris absurdis: f.246r-250v.
- 30) Bei dem niederländischen Mathematiker Gielis van den HOECKE treten schon vor STIFEL negative Koeffizienten im allgemeinen Gleichungsansatz auf. Siehe W.KAUNZNER, 'Über das Zusammenwirken von Systematik und Problematik in der frühen deutschen Algebra. Sudhoffs Archiv 54(1970), S.308f.

Shuntaro Ito (Japan)

ON THE MEDIEVAL LATIN TRANSLATION OF THE DATA OF EUCLID

I. Introduction

It is a pressing desiderandum in the history of medieval science to recover the whole corpus of Euclides Latinus. There is a sense in which one can say that this task constitutes a cornerstone of the study of scientific transmission in the Middle Ages.

While the efforts of such eminent historians of mathematics as Tannery, Cantor, Hankel, Heiberg, Zeuthen, Hultsch and Heath have made amply clear the ancient Greek tradition of Euclid, many things still remains dark concerning the medieval tradition of Euclid. Recently Marshall Clagett has dispelled some of the darkness and provided a right start on the problem of "Euclid in the Middle Ages" by investigating the newly collected manuscripts of medieval versions of Euclidian works. Under his direction, various medieval Latin versions of the "Elements" were examined and edited by his former students such as John Murdoch, George Doldat and St. Martin van Ryzin. Nothing as yet has been done, however, as regards the medieval versions of other works of Euclid.

When I made a study in medieval science under Professor Clagett at the Institute for Research in the Humanities of the

University of Wisconsin during 1961-1963, I edited the first text of the Latin version of Euclid's Data from the two extant manuscripts and also translated the Latin text into English. This resulted as my Ph.D. thesis: "The Medieval Latin Translation of the Data of Euclid." By investigating these manuscripts of the Latin "Data" and other related works, I have found some new facts about the transmission to the Latin West of Greek scientific works in the 12th century. So I would like to make a report on them here.

II. The Latin Version of Euclid's "Data"

The manuscripts on which I edited the text of the Latin Data are the following:

- 1) MS Oxford, Bodl. Auct. F.5.28, 13c, 99r-113r.
- 2) MS Paris, Bibl. Nat. lat. 16648, 13-14c, 60r-91v

These two manuscripts are all now known of the Latin translation of Euclid's "Data" from the "Greek". Although there exists another incomplete Latin manuscript of the "Data" - MS Dresden Db. 84, 13-14c, 200r-213r, it seems to be at least partially based on the Arabic version.

There is no significant difference in content between MS Oxford and MS Paris. It is quite clear that they are copies of the same Latin translation, though MS Paris is much more corrupt than MS Oxford so that we often cannot understand the readings in the former without reference to the latter.

First of all, the fact that this Latin translation of the Data was made directly from the Greek original and not from the Arabic translation is obvious from the following evidences:

- 1) the existence of the direct transliteration of Greek words, like catigmeni, anigmeni, paratesi, cathetus, orthogonius, tetragonus etc. (If it came from the Arabic translation, it is impossible to retain such original form of Greek words.);
- 2) the existence of an exact correspondence in particles and conjunctions used in this Latin translation and in the Greek

text, for example, as *alla = sed* or *at*; *gar = enim*; *men....de= quidem....vero* or *autem* etc.;

3) the identity of the word-order which is found between the Greek original and Latin version even in the case of such an unnatural order as: *ha ton auton aei topon epechei = que eundem semper locum optinent*;

4) the non-existence of any words of the Arabic origin as phonetic transliteration of Arabic works which are often found in the Latin translation from the Arabic.

III. When and Where was Euclid's *Data* translated from Greek into Latin ?

The positive assimilation and recovery by the Latin West of Greek science and civilisation took place in the 12th century primarily through translations made from Arabic and Greek.

The rediscovery of Greek learning through Arabic intermediaries came about initially in Spain and particularly but not exclusively in the city of Toledo. But, since it is certain that our Latin translation came not from Arabic but from Greek, we may set aside this Arabic route. Immediate translation from the Greek itself took place in the 12th century in two areas, namely, in northern Italy and in the Norman kingdom of southern Italy, especially in Sicily. When we compare the Latin translation from the Greek made in northern Italy with those made in Sicily, we note a remarkable difference in character. The translators in northern Italy were mainly concerned with translation of 1) the works of Aristotle such as *Topica*, *Analytica priora*, *Analytica posteriora*, *Sophistici elenchi*, *Physica* etc. and 2) theological works like those of Basil, Chrysostom and John of Damascus. In the contrast with this "philosophical-theological" tendency of the translators in northern Italy, the "mathematical-scientific" bent of the Sicilian school is quite conspicuous. We know that in 12th century Sicily were produced Latin translations of such scientific works as Ptolemy's *Almagest* and his *Optica*, Euclid's *Optica*

and "Catoptrica," Proclus' "Elementatio physica" and Hero's "Pneumatica." These works were all translated from the Greek with a single exception of Ptolemy's "Optica," which was reduced from the Arabic.

In view of the dominant mathematical-scientific character of the Sicilian translation, I think that our Latin translation of Euclid's Data was also made in Sicily in the 12th century. This conjecture will be further supported by our discussion on the identification of the translator in the next chapter.

IV. Who was the Author of the Latin Version of the Data ?

Generally speaking, it is a difficult task to identify the translators of the 12th century, since so many manuscripts of this century contain no reference to the translator. Inasmuch as this is true also of the manuscripts of Latin translation of the Data, we must attempt to identify him by comparing our Latin translation with other available Latin translation from the Greek of the same period. This comparison is best made by seeking out distinctive peculiarities of translation, e.g. by paying special attention to some crucial particles.

After I had ascertained in this way that our author was somebody else than Burgundio of Pisa, Bartholomew of Messina, Henricus Aristippus, Robert Grosseteste, William Moerbeke and two other anonymous translators of Aristotle's works, using Minio-Paluello's minute studies on the Latin translations of these persons, I began my research anew by comparing our Latin text of the Data with the Latin translation of Euclid's Optica and Catoptrica which are found in the preceding folios of the above-mentioned Oxford manuscript. As the result of my comparative examination, I found a complete agreement in translating techniques between the Latin translation of the Data and those of the "Optica" and "Catoptrica." Thus we can say with surety that our translator of the "Data" also made the Latin version of the "Optica" and "Catoptrica" of Euclid.

Then I proceeded to examine the text of Proclus' "Elementatio", which was said to have been translated into Latin in 12th century Sicily. Having compared the translating techniques used in the "Data" with those of Proclus' "Elementatio" in the text edited recently by Hermut Boese, I found the fact that there was a remarkable agreement between them. They agree very well not only in the correspondence of almost all connective terms but in the peculiar way of translating other words like amphi = ambo, allelois = adinvisem, apheces = deinceps, ep'eutheias = in directo etc. So I could establish the identity of the author of the Latin versions of four Greek scientific works: Euclid's "Data", "Optica", "Catoptrica" and Proclus' "Elementatio physica".

As far as the Latin translation of Proclus' "Elementatio" is concerned, however, Charles Homer Haskins made a study on it and drew a very interesting conclusion. According to his study, the translator of Proclus' "Elementatio" is the same person as the famous anonymous author of the first Latin version of the "Almagest". This suggestive conclusion of Haskins was not only accepted by Boese but also even enforced by his own study on Proclus' "Elementatio".

If we accept this conclusion substantiated by Haskins and Boese it follows that our author of the Latin version of the "Data" translated also the "Almagest" into Latin, because I have made clear that he turned into Latin not only the "Data", "Optica" and "Catoptrica" but also Proclus' "Elementatio". Namely, if the sign = means the identity of the translator,

1) "Data" = "Optica" = "Catoptrica" = "Elementatio" (on my own study)

2) "Elementatio" = "Almagest" (on Haskins-Boese's study)

Therefore, it must follow:

"Data" = "Optica" = "Catoptrica" = "Elementatio" = "Almagest".

Although I cannot draw a sure conclusion on my part before my own examination of the manuscript of the Latin "Almagest", I

think that it is reasonable to suppose the identity of the author of the Latin version of the above-mentioned four works and that of the "Almagest," being based on Haskins-Boese's conclusion.

V. Conclusion

The conclusions drawn from my studies on the medieval Latin translation of the "Data" and the other works are as follows:

1) It is certain that the author of our Latin translation from the Greek of the "Data" also made the Latin versions from the Greek of Euclid's "Optica", "Catoptrica" and Proclus' "Elementatio physica."

2) The Latin translation of the "Data" took place in 12th century Sicily with the other Latin translation of Greek scientific works.

3) This translator might be the same person as the anonymous author of the first Latin version of the "Almagest."

А.Ю. Сансур (Иордания)
С.А. Бокатуева (СССР)

НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ТВОРЧЕСТВЕ САБИТА ИБН КОРРЫ

Научное творчество багдадского ученого Сабита ибн Корры (836-901) было предметом исследования многих историков науки. Здесь мы рассмотрим некоторые математические труды Сабита ибн Корры и математические вопросы в некоторых его философских и астрономических трудах.

В "Трактате о приписываемом Сократу доказательстве о квадрате и его диагонали" даются два оригинальных доказательства теоремы Пифагора, основанных на наложении. Приведем чертеж одного из этих построений (рис. 1), основанного на равенстве квадрата $ВСНК$ фигуре $A.BDGHF$, состоящей из квадратов $ABDE$ и $EFHG$.

Там же приводится чрезвычайно простое доказательство этой теоремы, основанное на том, что если построить три подобные фигуры на катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника, то последняя из них равносильна сумме двух первых (рис. 2). В общем виде это утверждение является обобщением теоремы Пифагора.

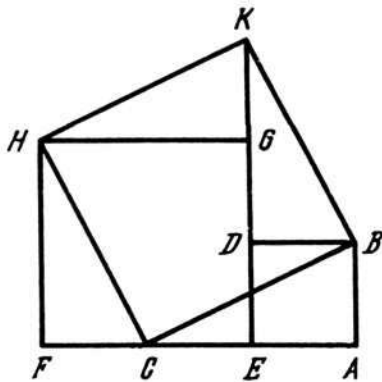


Рис.1

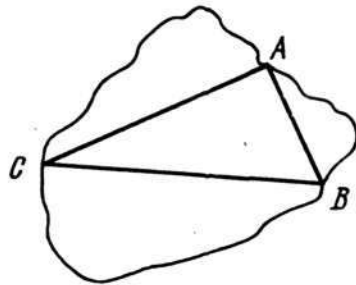


Рис.2

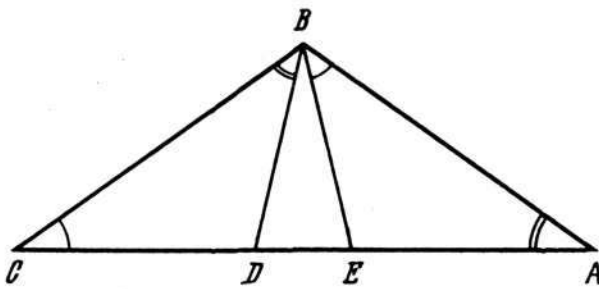


Рис.3

Здесь же Сабит доказывает другое обобщение теоремы Пифагора, состоящее в том, что если в произвольном треугольнике ABC из вершины B провести две линии BD и BE до пересечения с прямой AC так, что $\angle ABE = \angle BCA$, а $\angle CBD = \angle BAC$ (рис. 3), то $AB^2 + BC^2 = AC(AE + CD)$.

В "Книге об измерении плоских и телесных фигур" даются правила измерения площадей и объемов многих плоских фигур и тел, из которых отметим вычисления объема V усеченного конуса или пирамиды с высотой h , диаметрами или соответствующими сторонами основания d_1 и d_2 и площадями оснований S_1 и S_2 по правилам

$$V = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{hd_2}{d_1 - d_2} + h \right) S_1 - \frac{hd_2}{d_1 - d_2} S_2 \right],$$

$$V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2).$$

Весьма интересен философский трактат "Вопросы, заданные Сабиту ибн Корре ал-Харрани Абу Мусой ибн Усейдом". В этом трактате Сабит говорит, что "число не существует в вещах, как остальные акциденции", и что оно "не присутствует в считаеом, но содержится в душе". "Считаеоме" - конкретный предмет счта, противопоставляеомый Сабитом

абстрактному числу. Здесь Сабит развивает античную идею об отвлеченном характере математических понятий, которую греки трактовали на примере геометрических понятий.

Далее Сабит говорит, что "общие понятия бесконечны по их видам" и что аллах знает "все эти виды актуально все вместе, например, он знает виды чисел и фигур, каждый из этих видов, их акциденции, особенности и прочие свойства. Он знает также все виды чисел. Но виды фигур и чисел бесконечны, поэтому допускается существование вещей, число которых актуально бесконечно". Допущение "существования вещей, число которых актуально бесконечно", – важнейшая особенность этого трактата.

Далее Сабит отрицает мнение большинства ученых о том, что "бесконечное не может быть больше бесконечного". Сабит считает, что "так как само число бесконечно, четные числа отдельно бесконечны, и нечетные числа отдельно тоже бесконечны, а эти два вида равны, так как каждый из них есть половина всего числа".

Рассматривая числа вида $3n$, $4n$, $5n$ и т.д., Сабит утверждает, что бесконечное есть треть, четверть, одна пятая и любая доля некоторого бесконечного. Установив взаимно однозначное соответствие между множествами четных и нечетных чисел, которое можно выразить соотношением $y = x - 1$, он считает множества четных и нечетных чисел равными половине всего натурального ряда, и точно также он считает множество всех чисел, делящихся на 3, третью всего натурального ряда, множество всех чисел, делящихся на 4, – четвертью всего натурального ряда и т.д. В то же время Сабит не видит взаимно однозначного соответствия между множествами четных и нечетных чисел и всем натуральным рядом, которое можно выразить соотношением $x = 2z$, $y = 2z - 1$.

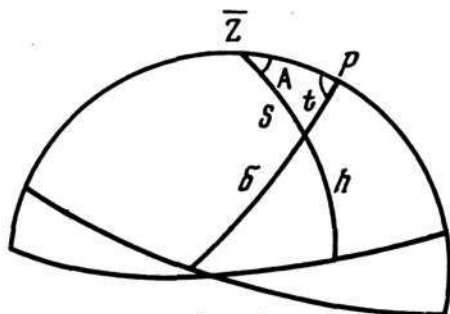


Рис. 4

В "Книге о часовых приборах, называемых солнечными часами" Сабит решает задачи сферической астрономии с помощью правил, равносильных сферической теореме косинусов и сферической теореме синусов для произвольного сферического треугольника: правило Сабита определения высоты h Солнца через склонение δ , широту φ местности и часовой угол t (рис. 4) в наших обозначениях может быть записано в виде

$$\sin h = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi + \delta \right) - \sin \text{vers } t \cos \delta \cos \varphi,$$

что равносильно сферической теореме косинусов

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t$$

для сферического треугольника, вершинами которого являются Солнце, точка зенита и полюс мира. Правило Сабита определения азимута A Солнца через его высоту h и склонение δ и часовой угол t (рис. 4) в наших обозначениях может быть записано в виде

$$\frac{\sin A}{\cos \delta} = \frac{\sin t}{\cos h},$$

что равносильно сферической теореме синусов

$$\frac{\sin A}{\sin(90^\circ - \delta)} = \frac{\sin t}{\sin(90^\circ - h)}$$

для того же сферического треугольника.

В этом же трактате впервые для определения конца тени гномона на плоскости солнечных часов рассматриваются как полярные координаты, называемые здесь длиной тени и ее азимутом, так и декартовы координаты на плоскости, называемые здесь "частями длины" и "частями ширины", и правило перехода от одних из них к другим, которые в наших обозначениях можно выразить формулами

$$x = l \sin A, \quad y = l \cos A.$$

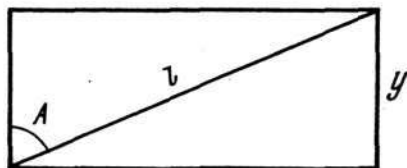


Рис. 5

Название "части длины" и "части ширины" даны по аналогии с терминами "части долготы" и "части широты", обозначающие градусы этих сферических координат (по-арабски слово долгота обозначается тем же словом, что и длина, а широта — тем же словом, что и ширина).

Важное значение в истории математики играют труды Сабита ибн Корры, посвященные интегральным методам. Кроме его трудов по квадратуре параболы и кубатуре параболических тел, изучавшихся Г. Зутером, А.П. Юшкевичем и Дж. ад-Даббахом, следует отметить недавно исследовавшийся Л.М. Карповой его трактат о сечении цилиндра и его поверхности, рассматривавшийся в ее докладе на этом конгрессе.

Следует отметить также труды Сабита ибн Корры, посвященные дифференциальным методам: в упомянутом выше трактате об измерении параболических тел решается задача о проведении касательной к пара-

боле, а в "Книге о замедлении и ускорении движения по эклиптике в зависимости от ее расположения относительно эксцентрического круга" изучается видимое движение Солнца по эклиптике. Здесь доказывається, что скорость видимого движения минимальна в апогее Солнца и максимальна в его перигее, и вычисляется мгновенная скорость этого движения в тех двух точках, в которых она равна средней скорости по всей эклиптике.

Новые исследования математических трудов Сабита ибн Корры показывают, что многие его открытия получили дальнейшее развитие в крупнейших работах ученых Западной Европы.

Л.М. Карпова (СССР)

ТРАКТАТ САБИТА ИБН КОРРЫ О СЕЧЕНИЯХ ЦИЛИНДРА И О ЕГО ПОВЕРХНОСТИ

В настоящем сообщении рассматривается "Книга о сечениях цилиндра и о его поверхности" замечательного багдадского математика Сабита ибн Корры (836–901), до сих пор не изучавшаяся историками математики. Мы располагаем фотокопией рукописи № 7805/6 (л. 36 об. – 64) Каирской национальной библиотеки [1].

Трактат состоит из четырех частей, включающих 37 предложений. В первой части рассматриваются виды плоских сечений прямого и наклонного цилиндров. Во второй части говорится о вычислении площади эллипса и сегмента эллипса. В третьей части изучаются наименьшее и наибольшее сечения цилиндра и их оси. Четвертая часть содержит теоремы о площади части поверхности цилиндра, заключенной между двумя плоскими сечениями.

Наибольший интерес в трактате Сабита ибн Корры представляют теоремы об аффинных преобразованиях (10 и 13–17 предложения) и теоремы о площадях поверхностей частей цилиндра (31–37 предложения).

Частные случаи аффинных преобразований – сжатие и гомотетия применялись еще Архимедом и Аполлонием. Архимед в трактате "О коноидах и сфероидах" [2, стр. 177] при определении площади эллипса пользуется тем, что эллипс получается из круга прямым сжатием в отношении малой оси эллипса к большой. Аполлоний в трактате "О плоских геометрических местах" ([3], стр. 373) определяет гомотетию и другие преобразования, переводящие "плоские места", т.е. прямые и окружности, в линии того же вида.

10-е предложение трактата гласит: "Если параллельные линии исходят из контура круга и падают на другую плоскость, то они падают на контур круга или эллипса" (л. 39 об.).

Здесь рассматриваются случаи, когда плоскость проектирования параллельна данному кругу, проходит через его центр и не проходит через него. Теорема доказывается с помощью 21-го предложения 1 книги "Конических сечений" Аполлония, которое для эллипса с большой полу-

осью a и параметром p можно выразить формулой $\frac{y^2}{(2a-x)x} = \frac{p}{a}$. Далее с помощью этой теоремы доказывается, что любое сечение цилиндра плоскостью, не параллельной его основаниям и пересекающей его образующие, является эллипсом.

В 13-м предложении утверждается: "Если одна линия является большой или малой осью двух эллипсов или эллипса и круга, то отношения координатных линий одного из них, т.е. перпендикуляров к его оси, к откладываемым на них координатным линиям другого равны" (л. 49 об.). Теорема доказывается также на основании 21-го предложения 1 книги "Конических сечений" Аполлония. Выше упоминалось, что этим утверждением, как общеизвестным фактом, пользовался Архимед.

14-е предложение гласит: "Площадь эллипса равна площади круга, квадрат которого таков, как произведение одной оси этого эллипса на другую" (л. 43). Это предложение, совпадающее с предложением Архимеда, доказывается также методом исчерпывания. 14-е предложение является частным случаем теоремы о сохранении площадей фигур при аффинных преобразованиях.

В 17-м предложении утверждается: "Каждый сегмент эллипса равен такому сегменту круга, равному эллипсу, что если опустить из концов его основания на диаметр круга два перпендикуляра, то каждый из них относится к диаметру как соответствующий перпендикуляр, опущенный из конца основания сегмента эллипса на одну из его осей, к другой оси, при условии, что сегменты соответствуют друг другу по величине, положение центра эллипса по отношению к перпендикулярам в нем таково же, как положение центра круга по отношению к перпендикулярам в нем, а положение оснований перпендикуляров в эллипсе на его оси таково же, как положение оснований перпендикуляров в круге на его диаметре" (л. 46).

Перед этим предложением приводятся 15-е и 16-е предложения, где то же утверждение доказывается для сегментов эллипсов с основаниями, перпендикулярными его большой или малой оси. Эти доказательства, так же как в 14-м предложении, приводятся с помощью метода исчерпывания. Доказательства 17-го предложения сводится к 15-у и 16-у предложениям: путем дополнения рассматриваемых здесь сегментов до сегментов, рассмотренных в указанных предложениях.

Как мы видим, Сабит ибн Корра, доказывая сохранения отношений площадей эллипсов при сжатии и сохранение площадей сегментов эллипсов при эквивалентных преобразованиях, рассматривал несколько частных случаев теоремы о постоянстве отношений площадей фигур при аффинных преобразованиях. Применение этой теоремы при произвольных аффинных преобразованиях к сегментам параболы мы встречаем у внука Сабита ибн Корры — Ибрахима ибн Синана (908—946) в его "Книге об измерении параболического конического сечения" [4].

Среди предложений о поверхности цилиндра отметим 29-е и 37-е предложения.

29-е предложение таково: "Сумма длин отрезков двух противоположных образующих цилиндра между двумя непересекающимися сечениями

равна удвоенной длине отрезка оси цилиндра между этими сечениями" (л. 56). 37-е предложение является наиболее общим предложением о поверхности цилиндра: "Поверхность всякого наклонного цилиндра или всякого его сегмента, заключенного между двумя непересекающимися эллипсами, встречающимися его образующие, а также между эллипсом и кругом, такова, как произведение отрезка оси цилиндра, находящегося между ними, на контур его наименьшего эллипса" (л. 64).

Так как сечения наклонного цилиндра плоскостями, не пересекающимися его оснований, при разворачивании поверхности цилиндра на плоскость изображаются синусоидами с общим периодом, но с разными амплитудами, сдвинутыми как вдоль оси абсцисс, так и вдоль оси ординат, то 29-е предложение Сабита ибн Корры равносильно тому, что сумма ординат двух таких синусоид на расстоянии, равном половине их периода, постоянна, а 37-е предложение равносильно тому, что площадь, ограниченная двумя такими синусоидами и двумя прямыми, параллельными оси ординат на расстоянии их общего периода, равна произведению этого периода на постоянную полусумму ординат этих синусоид на расстоянии, равном половине их периода. Здесь вычисление площади, ограниченной двумя синусоидами и двумя прямыми, сводится к вычислению периода этих синусоид, который в рассматриваемом случае равен длине контура эллипса, являющегося наименьшим сечением. Этот контур считается, очевидно, известным – вычисление контура эллипса по его полуосям, сводящееся к вычислению эллиптического интеграла, было для Сабита ибн Корры, разумеется, невозможным. Отметим, что вычисление поверхности наклонного цилиндра было позже предпринято петербургским академиком Г.В. Крафтом, который нашел элемент поверхности, но не смог взять получающегося здесь эллиптического интеграла.

Литература

1. Сабит ибн Корра. Китаб фи куту ал-устувана ва баситиха, рукопись Каирской Национальной библиотеки № 7805/6.
2. Архимед. Сочинения, перевод И.Н. Веселовского. М., 1962.
3. Б.А. Розенфельд. Геометрические преобразования у Эйлера. – Историко-математические исследования, вып. 10, М., 1957, стр. 371–422.
4. Б.А. Розенфельд, М.М. Рожанская. Геометрические преобразования и переменные величины у Ибрахима ибн Синана. – История и методология естественных наук, вып. 11, М., 1970, стр. 178–181.

Э.С. Григорьян, Л.И. Довлатова (СССР)

ТРАКТАТ КУТБЭДДИНА ШИРАЗИ "О ДВИЖЕНИИ КАЧЕНИЯ
И ОБ ОТНОШЕНИИ МЕЖДУ ПЛОСКИМ И КРИВЫМ"

Нами исследован трактат тавризского ученого Махмуда ибн Мас уда Кутбэддина Ширази (1236–1311) "О движении качения и об отношении между плоским и кривым" (Фи харака ад-дахараджа ва-н-нисба байнал-мустави ва-н-мунхани) по рукописи, хранящейся в стамбульской библиотеке Ени Джами, №Т 221/2, более полной, чем рукопись, хранящаяся в Готе и изучавшаяся Э. Видеманом в 1926 г.

Кутбэддин Ширази, уроженец Шираза (Иран), учился медицине у своего отца, а астрономию, математику и философию изучал в Марагинской обсерватории, руководимой выдающимся ученым восточного средневековья Насирэддином Туси (1201–1274). Ширази был одним из наиболее талантливых сотрудников этого научного центра Востока XIII столетия. Ширази много путешествовал, работал в Сивасе и Малатии (Малая Азия), был послом монгольского хана Ахмада (1282–1284) в Египте. Позже он поселяется и работает до самой смерти в Тавризе при дворе монгольских ханов от Аргун-хана (1284–1291) до Олжейту (1304–1316).

Исследуемая рукопись содержит 49 страниц (лл. 1^б–25^б), написанных почерком насх. Дата окончания переписки – 744 г. хиджры (1343/44 г.); имя переписчика не указано.

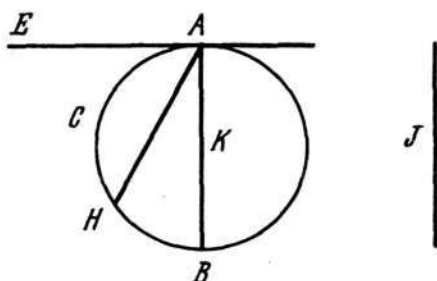
1. В трактате рассматриваются проблемы сравнения прямых и кривых по длине многоугольников и плоских фигур, ограниченных криволинейным контуром, по площади, кривых поверхностей и плоских фигур также по площади и углов, ограниченных прямыми и кривыми, в частности роговидных углов. Сравнение прямой и кривой по длине и сравнение цилиндрической и конической поверхностей с плоскими фигурами по площади производится с помощью движения качения. Введение в суть этой проблемы у Кутбэддина Ширази и у Насирэддина Туси в его комментариях к трактату Архимеда "О шаре и цилиндре" имеют почти текстуальную тождественность. Но Насирэддин Туси обосновывает это сравнение с помощью атомистических соображений и исходит из того, что прямая и кривая состоят из актуально бесконечно малых неделимых частей – точек, которые при качении налагаются друг на друга, причем наложение происходит в течение всего времени движения. Кутбэддин же отвергает эти соображения и утверждает, что нельзя уничтожить прямизну прямой и кривизну кривой путем расчленения их на части, прямая и кривая не могут совместиться ни в какой части, они могут касаться в точке, но линия не составлена из точек, точка не является частью ни линии, ни площади, так же как линия не является частью площади (л. 7^б). По мнению Кутбэддина, движение качения не дает абсолютного совмещения, но линии, время, движение подвержены делению и по соглашению между математиками возможно не отрицать точки (л. 19^б). Он говорит, что между плоским и кривым существует отношение, но между двумя отношениями есть еще одно отношение, которое больше одного, но меньше другого (л. 3^б).

Рассуждая о квадратурах плоских фигур, Кутбэддин говорит, что подобие по форме не является условием для точного отношения двух площадей, и излагает отрывок из трактата Ибн Хайсама (965–1039) "О квадратуре круга", содержащий построение квадрата, равновеликого произвольному кругу, основанное на утверждении Ибн Хайсама о том, что каждая величина имеет определенное отношение к каждой величине, являющейся ее частью, даже если никто не знает этого отношения.

При изложении проблемы сравнения плоского и кривого Кутбэддин делает ссылку на неназванное сочинение Ибн Хайсама (л. 3^а), из которой следует, что Ибн Хайсам рассматривал эту проблему с помощью движения качения еще до Насирэддина Туси. Ниже Кутбэддин говорит, что ему известно также "мнение древних", которые утверждали, что между прямым и кривым возможно отношение, но опирались при этом на движение качения, с помощью которого, как им казалось, осуществляется непосредственное совмещение, и что ему известно доказательство этому, полученное в 71 г. хиджры (691 г.), с которым он не согласен в силу приведенных выше соображений (л. 19^а).

2. Кутбэддин рассматривает кинематику движения качения кругов вдоль прямой, затем по криволинейной траектории, в частности качение кругов по окружности (лл. 20^б–22^а). Рассуждения Кутбэдина примыкают по своему содержанию к главе, содержащей теорию движения Луны, из "Памятки об астрономии" Насирэддина Туси.

3. При рассмотрении проблемы сравнения прямолинейных и криволинейных углов Кутбэддин Ширази излагает до сих пор не изучавшийся историками науки трактат Ибн Сины (980–1037) "Об исследовании угла", в котором Ибн Сина утверждает, что угол касания не является величиной, так как над углами касания невозможны те операции, которые предполагают понятие величины, а именно они не подчиняются аксиоме, согласно которой меньшая из двух различных величин, взятая в соответствующей кратности, превзойдет большую (аксиома Евдокса – Архимеда). При этом под углом касания понимается часть плоскости, ограниченная окружностью и касательной вблизи точки касания. Кутбэддин пишет, что "Шейх-ар-Раису [Ибн Сине]... принадлежит книга, в которой сказано, что угол между окружностью и касательной, как угол САЕ (рис. 1), не является количеством, а именуется углом лишь по качеству, поскольку он является наклонением двух касающихся линий на плоскости, соединенных между собой не в одном направлении. Поэтому заключаем, что угол САВ между окружностью и диаметром в точности прямой: если он меньше прямого, то угол САЕ является величиной и находится в отношении к прямому углу ЕАВ и, взятый кратно много раз подряд, станет больше угла ЕАВ, так как если увеличивать кратно одну из различающихся величин, находящихся в отношении друг к другу, то одна превзойдет другую. Однако сравним угол ЕАН и угол САЕ, взятый кратно j раз; если ты разделишь прямой угол ЕАВ на j , в частном получится угол меньше угла САЕ, а это противоречие, так как он меньше любого острого угла. Поэтому хотя взятый кратно угол САЕ становится больше, но не превзойдет угла ЕАВ, а если не превзойдет, то и не равен его части или нескольким частям, так как любая часть или несколько частей, взятые кратно, становятся больше целого. И как о-



на из двух различных величин, имеющих отношение друг к другу, может быть отброшена от большей из них, так отбросим угол САЕ, как будто он является величиной и имеет отношение к прямому углу ЕАВ, но при этом не станет одна половина прямого угла больше другой. Значит угол между окружностью и диаметром точно прямой. Это результат, который упоминается в этой книге...

Утверждая, что отбрасывание угла касания от прямого угла не делает прямой угол меньше, Ибн Сина тем самым принимает угол касания за ничто относительно конечной величины – величины прямого угла, т.е. здесь исчезновение бесконечно малого перед конечным.

Сам Кутбэддин считает это утверждение Ибн Сины ошибочным и говорит, что угол касания есть количество, но сравнивать прямолинейные и криволинейные углы по площади нельзя, хотя те и другие – плоские. Сразу после изложения отрывка из трактата Ибн Сины Кутбэддин замечает, что, если не считать углы касания количествами, тем не менее нельзя утверждать, что между ними нет отношения: "Однако то, что имеет количества, имеет отношение к тому, что тоже не имеет количества, если они одного рода" (л. 18^б).

4. Трактат "О движении качения..." содержит много ссылок на труды древних – на "Начала" Евклида, на сочинения Архимеда "О шаре и цилиндре" и "Измерение круга", а также на сочинения Ибн Хайсама "Книга комментариев к введениям сочинения Евклида "Начала", "О квадратуре круга", "Книга о луночках", "Разрешение сомнений в книге Евклида", "Книга измерения".

Н.Г. Хайретдинова (СССР)

ИСТОЧНИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ТРАКТАТОВ
АЛ-БИРУНИ И ИСФАХАНСКОГО АНОНИМА

До последнего времени основным источником по истории сферической тригонометрии был трактат Насир ад-Дина ат-Туси (1201–1274) "Книга о фигуре секущих" [1]. В последние годы были изучены два важнейших источника, проливающих новый свет на историю сферической тригонометрии.

Это исследовавшийся нами анонимный трактат стамбульской библиотеки Топкапы-Сарайы (№ 3342/1) [2, 3] и изучавшийся нами совместно с Э.Г. Касимовой трактат ал-Бируни (973-1048) "Книга ключей науки астрономии, т.е. то, что происходит на поверхности сферы", недавно обнаруженный в тегеранской библиотеке Сипах-салар (№ 597) [4]; микрофильм этой рукописи был прислан нам Э.С. Кеннеди.

Анонимный трактат посвящен некоему Муаййиду 'Амид ал-Мулку Абу Насру Мансуру ибн Мухаммаду, по-видимому, Кундури (1024-1064) - вазиру сельджукского султана Тогрул-бека (1056-1063). Этот трактат состоит из трех книг: 1) "О составных отношениях", 2) "О фигуре секущих", 3) "О предложении, освобождающем от секущих". Здесь под "составным отношением" понималось то, что в настоящее время мы называем произведением отношений. Под "фигурой секущих" понимался плоский или сферический полный четырехсторонник, т.е. фигура, полученная из четырехугольника продолжением пар его противоположных сторон до пересечения, а под предложением об этой фигуре понималась теорема Менелая, записываемая в виде составного отношения некоторых отрезков в случае плоской фигуры и синусов некоторых дуг в случае сферической фигуры. Под "предложением, освобождающим от секущих", имелась в виду сферическая теорема синусов. Под "правилами науки астрономии" имелись в виду указанные выше различные теоремы сферической тригонометрии, широко применявшиеся в астрономии: первоначально термин "правило астрономии" был одним из названий сферической теоремы синусов.

Имя автора в трактате не указывается, но говорится, что он работал в Исфахане. Из крупных ученых, живших и работавших в то время в Исфахане и занимавшихся сферической тригонометрией, нам известен только ан-Насави, поэтому возможно, что автором трактата был ан-Насави.

Имеется большое сходство в структуре между этим трактатом и "Книгой о фигуре секущих" ат-Туси. Однако в более поздней арабской версии этого трактата, переведенной на французский и русский языки, этот трактат не упоминается. Возможно, что, когда мы получим оксфордскую рукопись более ранней персидской версии этого трактата, мы получим дополнительную информацию о трактате исфаханского анонима.

Трактат ал-Бируни посвящен князю Гиляна и Табаристана Марзубану ибн Рустаму ибн Шарвину, с которым ал-Бируни встречался в 994-1004 гг. после захвата Хорезма эмиром Ургенча Ма'муном. Под "ключами науки астрономии" ал-Бируни имеет в виду ту же сферическую теорему синусов.

В начале обоих трактатов перечислены сочинения, в которых рассматривается "теорема о фигуре секущих". Ал-Бируни упоминает "Сферику" Менелая, "Алмагест" Птолемея, "Книгу о составлении отношений" и "Книгу о фигуре секущих" Сабита ибн Корры (836-901) и работы ученых X века: комментарии к "Алмагесту" ан-Найризи, "Зидж тимпанов" ал-Хазина, "Математическое воспитание" Ибн Ирака, а также и трактаты Ибн ал-Багдади, Сулеймана ибн 'Усмь и ас-Сиджизи.

В трактате исфаханского анонима к этим сочинениям добавлен "Зидж" Кушьяра, написанный им в 1010 г. В трактате ал-Бируни имеется ссылка на специальный тригонометрический трактат Кушьяра.

Заметим, что еще Птолемей, применяя теорему Менелая к отдельным задачам сферической астрономии и рассматривая специальные случаи полного четырехугольника в 14-й главе I книги "Алмагеста", получил правило, эквивалентное сферической теореме синусов для прямоугольного сферического треугольника, а в 16-й главе этой же книги получил правило, эквивалентное сферической теореме тангенсов. Сабит ибн Корра в "Книге о часовых приборах, называемых солнечными часами" [5] решил задачу сферической тригонометрии, применяя правила, эквивалентные сферической теореме косинусов и синусов для произвольного сферического треугольника. В отличие от сферической теоремы синусов, которая была выделена в специальную теорему сферической тригонометрии учеными Ближнего и Среднего Востока, сферическая теорема косинусов не была выделена ими в специальную теорему сферической тригонометрии и ее европейское название "теорема Альбатегния" объясняется тем, что правило ибн Корры, равносильное этой теореме, было воспроизведено ал-Баттани в его "Сабейском зидже" и стало известно европейцам по этому труду.

Переходя к истории сферической теоремы синусов, ал-Бируни, не касаясь трактата ибн Корры о солнечных часах и не упоминая ал-Баттани, пишет: "Мой государь и избранник Абу Наср Мансур [Ибн 'Ирак] попросил меня направить мои усилия для нахождения доказательства всего того, что подобно этому, но [методом] вычисления... Он попросил меня изучить его и обнаружить причину достижения доказательства и причину выбора этих [доказательств]. Я сделал это. Абу Наср написал об этом вопросе книгу и назвал ее "Книгой азимутов". В эту книгу он включил то, что требуется от него - предложения, и в некоторых местах этой книги он вывел следствия, которые вытекают из этого предложения без подробного объяснения, кроме тех мест, в которых ему было нужно это объяснение" [4, л. 16]. Далее говорится о том, что Абу-л-Вафа, узнав о книге Ибн 'Ирака попросил ал-Бируни прислать ему ее и после получения этой книги он отозвался о ней весьма положительно, но указал, что некоторые доказательства можно улучшить. Вскоре Абу-л-Вафа написал специальный трактат, посланный ал-Бируни, а через год он прислал ему семь глав из своей обработки "Алмагеста", содержащие эти доказательства. Ал-Бируни пишет, что он познакомил с этим и ал-Худжанди, который написал по этому вопросу "Книгу о действиях определения времени по неподвижным звездам", где он привел доказательство сферической теоремы синусов и дал ей название "правило астрономии", впоследствии распространенное исфаханским анонимом на другие теоремы сферической тригонометрии. Ал-Бируни передал это доказательство и Кушьяру ибн Лаббану, который также написал трактат об этой теореме и назвал ее "освобождающим предложением".

Заметим, что "Книга азимутов" принадлежит к числу тех сочинений Ибн 'Ирака помещенных ал-Бируни в списке своих сочинений в числе сочинений Ибн 'Ирака, "написанных на его имя", к которым относились

слова ал-Бируни: "Те [сочинения], которые составили другие на мое имя, также [близки] мне, как младенцы (приемные дети) – груди [кормилицы] или ожерелья – шею. Я не делаю различия между ними и [моими сочинениями]" [6, стр. 288]. Сопоставляя это с приведенными выше словами ал-Бируни о его участии в открытии этой теоремы, можно прийти к выводу, что приоритет в открытии сферической теоремы синусов принадлежит совместно ал-Бируни и Ибн 'Ираку.

Абу-л-Вафа, также претендовавший на этот приоритет и считавшийся первооткрывателем этой теоремы, и ал-Худжанди, которому также приписывали это открытие, как видно из приведенных выше слов ал-Бируни, являются авторами различных усовершенствований доказательства этой теоремы.

В трактате ал-Бируни приведены различные доказательства сферической теоремы синусов и сферической теоремы тангенсов и их применение к астрономическим задачам. В трактате исфаханского анонима также приведены доказательства тех же теорем и их применение к астрономическим задачам. В трактате исфаханского анонима также приведены доказательства тех же теорем и их применение к решению всех шести случаев сферических треугольников по трем элементам.

Сферическая теорема тангенсов, как утверждает ал-Бируни, была открыта Абу-л-Вафой и впоследствии на нее было распространено название "предложение, освобождающее от секущих".

Литература

1. Мухаммад Насирэддин Туси. Трактат о полном четырехстороннике, перевод под ред. Г.Л. Мамедбейли и Б.А. Розенфельда. Баку, 1952.
2. Собрание правил науки астрономии, книга третья, перевод и примечания Н.Г. Хайретдиновой. – Физико-математические науки в странах Востока, вып. II. М., 1969, стр. 147-190.
3. Н.Г. Хайретдинова. Тригонометрический трактат исфаканского анонима. – Историко-математические исследования, вып. 17. М., 1966, стр. 444-464.
4. Абӯ-р-Райхāн ал-Бирӯнӣ. Китаб макāлид 'илм ал-хай' а ма йахбусу фй басит ал-кура. Рукопись тегеранской библиотеки Сипах-салар (№ 593).
5. Tabit B. Qurra. Ein Werk über ebene Sonnenuhren, herausg., übers. und erläutert von Karl Garbert. – Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abt. A, Bd. 4, 1936.
6. Абу-р-Райхан ал-Бируни. Минералогия, перевод А.М. Беленицкого. М., 1963.

И.М. Муминов (СССР)

ОБ ИСТОКАХ МАТЕРИАЛИСТИЧЕСКИХ ТЕНДЕНЦИЙ
В ФИЛОСОФИИ СРЕДНЕЙ АЗИИ,
КАЗАХСТАНА В X–XI и XIV–XV ВВ.

Развитие философской мысли в Средней Азии и Казахстане, в частности в Узбекистане, систематически, последовательно и планомерно начали исследовать и изучать только в наше советское время.

В нашем распоряжении имеются в Москве, Ленинграде, Ташкенте, Баку, Душанбе, Тбилиси, Ереване, Алма-Ате, Ашхабаде, Фрунзе и других городах в институтах востоковедения богатейшие фонды древних уникальных рукописей, относящихся к различным областям науки – к философии, истории, филологии, медицине, астрономии, математике, физике, химии и т.д.

Благодаря громадному труду и усилению целых коллективов ученых опубликованы, издаются и готовятся к выпуску в свет, в частности, в УзССР, фундаментальные труды таких гигантов среднеазиатской науки, как Хорезми, Фергани, Фараби, ар-Рази, Беруни, Абу Али ибн Сины, Махмуда Кашгари, Юсуфа Хожибя, Улугбека, Саккаки, Лутфи, Джами, Алишера Навои, Бабура и многих других поэтов, ученых, мыслителей Средней Азии и Казахстана, а также монографии, посвященные их научному наследию.

Благодаря дружным усилиям и слаженной работе коллектива ученых – востоковедов и медиков – был впервые в мировой практике осуществлен полный перевод с арабского языка капитального труда Ибн Сины "Канон врачебной науки" на узбекский и русский языки в пяти томах, общим объемом 2893 страницы, или 221 издательский лист. Издание этого труда явилось крупным событием в научной и культурной жизни нашей страны.

В Институте востоковедения АН УзССР развернулась большая работа над переводом сочинений Абу Райхана Беруни с арабского на узбекский и русский языки. В настоящее время вышло четыре тома. Первый том "Аль-Асар аль-Бакия" ("Памятники минувших поколений") издан в 1957 г., "Индия" – в 1963 г. В свое время В.Р. Розен писал об "Индии" Беруни: "Это – памятник единственный в своем роде и равного ему нет во всей древней и средневековой научной литературе Запада и Востока". В 1963 г. Издательством АН СССР в переводе с арабского на русский язык, в переводе А.М. Беленицкого вышла в свет "Минералогия" Беруни. В 1966 г. издательством "Фан" в Ташкенте было опубликовано богатое по содержанию произведение Беруни "Геодезия".

Значительный научный интерес представляет подготовленный коллективом Института философии и права АН УзССР труд типа хрестоматии по истории прогрессивной общественно-философской и естественнонаучной мысли, который был опубликован в 1957 г. на русском, а в 1958 г. на узбекском языках. Таким образом, мы уже имеем доступный широкому кругу исследователей истории естествознания в Средней Азии хороший источниковедческий материал.

Важные исследования осуществляются на основе изучения многочисленных источников XVI–XVII вв. по истории ирригации, селекции и агротехники хлопчатника и плодоовощных культур.

Еще о двух важных изданиях мне хочется сказать несколько слов. В 1960–1963 гг. издательство "Фан" в Ташкенте опубликовало "Девону-лугат-т-турк" Махмуда Кашгари в трех томах с переводом на современный узбекский язык, а в 1971 г. это издательство выпустило в свет "Кудатгу-билик" Юсуфа Хожоба. Эти уникальные литературные памятники второй половины II в. н.э. содержат важные сведения не только по истории тюркской филологии, но и по истории физической географии, астрономии, земледелия и философии.

X–XI вв. – важный этап в развитии феодальной Средней Азии, связанный с образованием объединенного и сильного государства Саманидов, фактически добившихся ликвидации господства иноземных захватчиков в стране.

Путем обобщения богатейшего и многовекового опыта народных масс в строительстве ирригационной сети и в ремесленном производстве выработывалась естественнонаучная точка зрения, на ее основе велась в своеобразной форме борьба против религиозных мистических идей и реакционных сил.

Родоначальниками естественнонаучной мысли в Средней Азии были происходивший из Хорезма основоположник новой отрасли математики – алгебры, астроном и географ Мухаммад ибн Муса Хорезми (780–847), уроженец Ферганы известный астроном и математик Фергани (IX в. н.э.) и уроженец Фараба знаменитый философ и математик Абу Наср Мухаммад Фараби (873–950).

Крупнейшим представителем среднеазиатской мысли на рубеже X–XI веков был Абу Райхан Беруни (973–1048) – замечательный ученый, глубокий философ, поражающий многообразием своих научных интересов, смелостью мысли, автор более 150 произведений, посвященных актуальным вопросам естествознания, философии, истории, филологии того времени.

Основным историческим условием развития науки и искусства народов Средней Азии и Казахстана XIV–XV вв. была политическая консолидация этого региона на феодальной основе.

Известное движение сарбадаров Самарканда сокрушило господство потомков Чингизхана в Средней Азии, дало мощный толчок развитию материальных и духовных сил народов Мавераннахра.

Следует подчеркнуть, что достигшее в XIV–XV вв. высокого уровня развитие науки и искусства Средней Азии и Казахстана явилось ярким воплощением самобытного научного и художественного творчества их народов. В то же время они олицетворяли взаимосвязь и взаимное влияние культур народов стран Аравии, Индии, Ирана, Афганистана и других. Наука и искусство Средней Азии и Казахстана XIV–XV вв. формировались и развивались на столбовой дорожке мировой цивилизации. Сами народы Средней Азии и Казахстана также внесли бесценный вклад в развитие общечеловеческой культуры. В частности, наука и искусство Мавераннахра XIV–XV вв. вобрала в себя лучшие достижения отечественной научной

и художественной мысли и техники, уходившие своими корнями в далекое прошлое. Вспомним изумительные образцы гончарного дела — вазы, обнаруженные при раскопках близ Термеза и относящиеся к III тыс. до н.э., и вазы из Афрасиаба VI в. до н.э. Они сделаны с таким неподражаемым мастерством, что, кажется, несут нам отзвук давно минувших эпох. Сколько труда, самобытного и оригинального понимания прекрасного, математического и технического знания вложено в них умелым, наблюдательным и пытливым умом предков народов Средней Азии. Удивления и восторга достойна художественная настенная роспись VI—XII вв. с изображением людей, фауны и флоры родной страны, обнаруженная археологами АН УзССР в Афрасиабе и ныне хранящаяся в фондах Афрасиабского музея АН УзССР. Мавзолей Исмаила Самани в Бухаре, построенный в X в., по сей день остается прекрасным творением архитектуры, привлекающим внимание своей кажущейся технической простотой и точным расчетом. Величественны и монументальны минарет в Бухаре, минареты Вабкента, Джаркургана и Воргонзи — чудесные свидетели взлета научной и художественной мысли, изумительного таланта славных мастеров, выходцев из народа, таких, как Устод Бако и др. Все эти памятники, пережившие бурные и смутные времена различных царей и царьков, господства реакционных сил, служили и служат образцом прогрессивного зодчества, смелой технической и научной мысли. Они — то и стали той основой, на которой получило дальнейшее развитие наука и искусство народов Средней Азии и Казахстана конца XIV—XV вв.

В Самарканде в конце XIV — начале XV в. жили и творили Мавлоно Абуджаббар Хорезми, Мавлоно Шамсиддин Мунши, Мавлоно Абдулла Лисон, Мавлоно Бедриддин Ахмед, Мавлоно Нигматиддин Хорезми, Ходжа Афзал, Мавлоно Алауддин Каши и многие другие. Правители особое внимание обращали на развитие таких отраслей знания и культуры, как математика, астрономия, архитектура, литература, поэзия, музыка, история. Они с большим интересом покровительствовали мастерам (сохиб хунар) и "звездочетам" (ахтаршунос).

Следует отметить, что ахтаршунос — не астролог, астрологи не пользовались у Улугбека таким вниманием, как у других феодальных правителей; ахтаршунос нужен был для определения времени, для установления направления пути и т.д., т.е. для практических, военных и торговых дел. Так, знавший расположение небесных светил легко определял направления стран света по Полярной звезде (Тимур-Козик), что было очень важно, так как в это время компаса еще не было, и устанавливал время по звездам. Изучение методов ахтаршуносов — непочатый край работы для историков естественных и технических наук, подлинная научная целина.

Под руководством Улугбека на возвышенности Чупоната на окраине Самарканда близ речки Обирахмат в 1427—1428 гг. началось строительство обсерватории, трехэтажного здания, бывшего самым красивым, величественным и благоустроенным среди всех обсерваторий мира.

Изучив сочинения своих предшественников — Хорезми, Фергани, Беруни, Ибн Сины и других, продолжая их научные традиции, Улугбек сам занимался астрономией и математикой и неутомимо вел наблюдения за

движением небесных тел. Итогом его упорного 20-летнего труда явился "Зидж-и-джадид-и Гурагони" ("Новые гурагонские астрономические таблицы"), прославивший имя Улугбека во всем мире. Эти астрономические таблицы в течение 200 лет оставались непревзойденными по своей точности и поныне вызывают значительный научный интерес.

Интересны философские и естественнонаучные взгляды Улугбека: он признавал объективное существование материального мира и возможность познания его закономерностей на основе теоретического обобщения данных эксперимента и наблюдения и отвергал религиозно-идеалистические и мистические представления о явлениях природы. Естественнонаучные и философские взгляды Улугбека и основанной им научной школы помогают более полно и правильно понять общественную, классовую и идейную борьбу, имевшую место в XV в. С этой точки зрения чрезвычайно большую ценность представляет собой астрономический трактат Али Кушчи "Рисолаи дар фалакиет" ("Трактат по астрономии").

Подобно всем естествоиспытателям Улугбек и его ученики, в том числе Али Кушчи, непоколебимо верили в то, что материальный мир находится вне сознания человека. Познавая явления природы, они стремились служить делу общественного прогресса, добываясь научных успехов в области математики, астрономии, географии и других наук.

И в Средней Азии, и в Казахстане в эпоху средних веков шла острая, непримиримая идейная борьба между силами реакции и прогресса. Та общая закономерность, которая характеризует развитие философской мысли во всех странах мира – борьба материализма и идеализма, диалектики и метафизики, проявляется и в условиях Средней Азии и Казахстана, правда, в своеобразной форме. Об этом свидетельствуют все исследования известных нам первоисточников естественнонаучной и философской мысли Средней Азии и Казахстана IX–XI и XIV–XV вв.

По вопросам философии – бытия и сознания, материи и мышления, пространства, времени, движения, гносеологии, о возможностях и путях познания человеком природы, о роли и месте человека в реально существующем мире, о его чувствах, ощущениях, представлениях, понятиях, мыслях, разуме и душе, об опыте, сверхъестественном духовном начале, об отношении между людьми различных рас и наций, об отношении науки и религии, о потустороннем мире – ученые, поэты, суфии, мутакаллимы и мутазилиды спорили друг с другом, оспаривали мнение друг друга, нередко обвиняя друг друга в ереси, в отступлении от ортодоксального ислама и даже в атеизме – дахре. История знает немало примеров, когда доведенная до крайнего обострения борьба завершилась физическим уничтожением реакционными общественными силами прогрессивно мыслящих, передовых людей, как, например, Мансура Халладжа (X в.), Улугбека (XV в.) и Машриба (XVIII в.).

На этих конкретных исследованиях первоисточников среднеазиатской философской мысли, отмечая великий вклад народов Средней Азии и Казахстана в сокровищницу мировой цивилизации, мы хотели еще раз продемонстрировать научную обоснованность того положения марксистско-ленинской философии, что вся история общественной и научной мысли является историей борьбы материалистической и идеалистической, диалектической и метафизической концепций.

Mieczyslaw Markowski (Polen)

DIE EXAKTEN WISSENSCHAFTEN AN DER KRAKAUER
UNIVERSITÄT IN XV JAHRHUNDERT

Für die Entwicklung der exakten Wissenschaften an der Krakauer Universität in XV Jht. haben einen dankbaren Boden vor allem drei Umstände vorbereitet: zuerst private Stiftungen von speziellen Lehrstühlen; zweitens Festlegung durch die Universitätssatzungen einer bestimmten Zeit für Vorlesungen der mathematischen, astronomischen und physikalischen Wissenschaften; ferner die günstige Atmosphäre, die durch den in diesem Milieu herrschenden Buridanismus geschaffen wurde.

Ein für die Entwicklung der mathematischen und astronomischen Wissenschaften wichtiges Ereignis war die Stiftung durch den krakauer Bürger Stobner um das Jahr 1405 an der Krakauer Universität eines speziellen Lehrstuhls für Mathematik und Astronomie, Obgleich dieser Lehrstuhl seine Tätigkeit eigentlich erst in späteren Jahren anfangen konnte, vielleicht sogar erst seit 1415, begann die junge krakauer Hochschule dank dem Besitz dieses Lehrstuhls sich unter anderen Universitäten auszuzeichnen, an denen ähnliche Lehrstühle erst in späterer Zeit errichtet wurden.

Ähnlich wie in anderen Universitäten so auch in Krakau bildeten Kommentare zu den ersten drei Büchern der Euklidischen "Elemente der Geometrie" lange Zeit die Grundlage der Vorträge über Geometrie. Das erste krakauer Werk aus diesem Bereich war das um das Jahr 1450 von Martin aus Zurawica, genannt Rex, verfasste "Opus de geometria". An diesen Werk wurde in Krakau besonders in der zweiten Hälfte des XV Jhts. angeknüpft.

Wohl schon seit den ersten Jahren der Tätigkeit der erneuerten Krakauer Universität kannten ihre Professoren die (griechische als auch die arabische) Trigonometrie. Unter den krakauer Werken, in welchen die Trigonometrie erschien, verdient eine besondere Aufmerksamkeit die aus der Mitte des XV Jhts.

stammende "Summa super Tabulas Alphonsi" des schon erwähnten Martin aus Zurawica.

Vorträge über Arithmetik waren grösstenteils an die Werke "Arithmetica communis" des Joannes de Muris, "Algorythmus" des Joannes de Sacrobosco und "Algorythmus" des Joannes de Lineris gelehnt. In Krakau waren auch die Werke "Algorythmus" des Georg Feuerbach und "Minutiarum tractatus" des Jordanus Nemorarius bekannt. Die in den Jahren 1429-1431 durch Sedziwoj aus Czechel verfassten Werke "Alforismus minutiarum" und "Algorismus proportionum" konnten die bei Vorlesungen an der Krakauer Universität verwendeten Schriften fremder Verfasser nicht verdrängen. Erst als im Jahre 1445 das Werk "Algorismus minutiarum" des Martin aus Zurawica entstand, verminderte sich die Popularität der Werke des Joannes de Lineris und Jordanus Nemorarius.

Der erste hervorragende krakauer Mathematik-Professor war also Martin Rex aus Zurawica. Das von ihm begonnene Werk wurde in der zweiten Hälfte des XV Jhts. durch viele ausgezeichnete Mathematik-Professoren fortgesetzt, von welchen in den Jahren 1491-1495 eine hervorragende mathematische Ausbildung Nikolaus Kopernik erhalten hat. In der ersten Hälfte des XV Jhts. brachten manche Professoren der Krakauer Universität die Forderung der Einführung in andere Fächer der in der Mathematik angewandten Methoden vor. Benedikt Hesse aus Krakau und Johann Waciega aus Kety äusserten den Wunsch, dass die sogenannte "Mathematisierung" vor allem die Physik umfassen sollte. (Andreas von Kokorzyn versuchte sogar sie in die Theologie einzuführen.)

Im XV Jht. war die Astronomie mit der Mathematik eng verbunden. Deshalb wurde am, von Stobner gestiftetem, Lehrstuhl neben der Mathematik ebenfalls die Astronomie vorgetragen. Die Forderungen Martins aus Zurawica waren nicht nur auf die Erweiterung der in der krakauer Artium-Fakultät vorgetragenen mathematischen Gegenstände gerichtet, aber sie gingen darauf aus, dass die astronomischen Studien vertieft werden sollten. Dank

seinen Bemühungen veränderte sich die Situation der an der Krakauer Universität geführten Vorträge über Astronomie in der Mitte des XV Jh^{ts}. Die bisher auf bloss theoretische Astronomie beschränkten Vorlesungen sollten nunmehr auch die Astrologie umfassen. In seinem letzten Willensakt stiftete er im Jahre 1459 einen speziellen Lehrstuhl für Astrologie. Durch dessen Besitz gewann die Krakauer Universität ein noch grösseres Ansehen in den Augen der damaligen Menschen.

Ein wichtiges Novum im Lehren der theoretischen Astronomie an der Krakauer Universität bildete das Ausscheiden aus dem Unterricht des im Mittelalter populären aber schon veralteten Handbuchs "Theoricae planetarum" Gerards aus Sabbionetta und die Einführung an deren Stelle des Werkes von Georg Peurbach. Einen weiteren Schritt, welcher auf die Unzulänglichkeit nicht bloss der bisher gebrauchten Handbücher hinwies, sondern auch gewisse Mängel im geozentrischen System verzeichnete, machte das von Adalbert aus Brudzewo verfasste Werk "Commentariolum super Theoricis novas planetarum Georgii Purbachii".

(ZU den vom Professor des mathematischen und astronomischen Lehrstuhls bearbeiteten astronomischen Kalendern wurden im letzten Viertel des XV Jh^{ts}. in Krakau Handbücher geschrieben, deren Zweck war zu erläutern, wie man sie gebrauchen und entwerfen soll. Die grösste Beliebtheit errangen die Werke des Michael aus Breslau und Johann aus Glogau.)

Ausser den oben angeführten Gegenständen erläuterte nam noch "De sphaera materiali" des Joannes de Sacrobosco, "De sphaera orbis" von Averroes und den sogenannten Computus. Zur Erklärung des ersten von diesen Werken gebrauchte man anfangs fremde Kommentare und später das mehrfach herausgegebene "Introductorium in tractatum Sphaerae Joannis de Sacrobosco" von Johann aus Glogau sowie ein ähnliches Werk von Mathias aus Szamotuy. In Krakau besonders beliebt im XV Jh^t. war der "Computus chirometralis" des Johann aus Erfurt. Erst im letzten

Viertel dieses Jahrhunderts hat Johann aus Glogau den "Computus chirometralis" geschrieben, dessen sich seitdem viele krakauer Professoren bedienten.

Die astronomische Ausbildung, welche in der zweiten Hälfte des XV Jh'ts. die krakauer astronomische Schule ermöglichte, beschränkte sich nicht bloss auf theoretische Kenntnisse, sondern umfasste ebenfalls praktische Handhabung astronomischer Instrumente, Durchführung von Beobachtungen des Himmels sowie von astronomischen Berechnungen. Das Studium der Astronomie wurde sehr durch die didaktische Tätigkeit und das Schriftstellertum des Johann aus Glogau und Adalbert aus Brudzewo angeregt. Während ihrer jahrzehntelangen pädagogischen Tätigkeit haben sie viele polnische und fremde Astronomen ausgebildet mit dem späteren Reformator der Astronomie Nikolaus Kopernik an der Spitze. In dem Masse wie sich in Krakau das Niveau der astronomischen Lehre hob, wuchs auch die Kritik der Sternlehre. Bereits vor der Ankunft des Nikolaus Kopernik war man sich bewusst, dass die Durchführung einer Reform der bisherigen Astronomie notwendig sei. Er kam also sofort in ein Milieu, in welchem die Überzeugung von der Ungenauigkeit der bisher gebrauchten astronomischen Tafeln herrschte und wo man bemüht war die astronomischen Berechnungen zu präzisieren.

Schon seit dem Anfang des XV Jh'ts war die Physik unter den an der krakauer Artium-Fakultät vorgetragenen Gegenständen bevorzugter Unterrichtsgegenstand. Benedikt Hesse und Johann aus Kety wollten sogar die ganze rationale Philosophie auf die Physik beschränken. Sie wollten die Physik auch vom Einfluss der Metaphysik befreien und ihr die führende Rolle in der Hierarchie der damaligen Wissenschaften sichern. Die physikalischen Ansichten der krakauer Professoren, obwohl sie noch im Bereich der kosmologischen Erklärung der philosophisch-naturwissenschaftlichen Werke des Aristoteles entstanden waren, zielten übrigens direkt auf manche seiner Thesen, wobei sie

seine damals schon überalterte Physik einer gründlichen Kritik unterzogen. In der ersten Hälfte des XV Jh^{ts}. haben die meisten krakauer Professoren an die hauptsächlich durch Johann Buridan bearbeitete sogenannte neue Physik angeknüpft, in der den zentralen Platz die mechanische Theorie des Impetus einnahm. Die im Milieu der Krakauer Universität verbreitete neue Physik bezweifelte auch einige Thesen der geozentrischen Theorie. Anfangs gebrauchte man zu den Vorträgen der Physik fremde Werke, später wurden sie durch heimische ersetzt. Dazu benutzte man vor allem die physikalischen Werke des Andreas Wezyk, Andreas von Kokorzyn, Benedikt Hesse aus Krakau, Johann aus Kety sowie andere krakauer Schriften dieser Art aus der ersten Hälfte des XV Jh^{ts}.

Dieser sehr allgemeine Umriss der exakten Wissenschaften an der Krakauer Universität beweist also, dass unter den oben erwähnten Wissenschaften am besten die neue Physik und Astronomie entwickelt war. Das Aufblühen der Astronomie war so bedeutend, dass die Krakauer Universität im letzten Viertel des XV Jh^{ts}. und anfang des XVI Jh^{ts}. sogar zu einem internationalen Zentrum der astronomischen Studien wurde.

М.М. Хайруллаев (СССР)

ФАРАБИ И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАЗВИТИЯ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ЗНАНИЯ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ

В условиях средневекового Ближнего и Среднего Востока в период распространения и господства исламской догматики из-за ограниченности позитивного знания о природе положительные естественнонаучные идеи переплетались еще с мистико-теологическими утверждениями, отсутствие знания дополнялось догадками и предположениями мистического характера, были широко распространены алхимические теории о превращении веществ в благородные металлы и такие лженауки, как астрология, наука о талисманах, чародейство и т.д.

Дальнейшее развитие прогрессивной философской мысли требовало необходимости критики со стороны передовых мыслителей средневеково-

го Ближнего и Среднего Востока мистико-теологических представлений не только об отдельных явлениях природы, но и в целом принципа подхода, догматического метода ислама в объяснении природы.

Большой вклад в развитие естествознания внесли средневековые мыслители Мухаммад ибн Закария Рази, Ибн Сина, Беруни (X-XI вв.).

Одним из первых мыслителей, подвергших резкой и последовательной критике догматический метод ислама и различного рода мистико-теологические представления о природе и борющихся за подлинные и достоверные знания, был среднеазиатский ученый Абу Наср Фараби (872-950), получивший за обширность своих познаний прозвище "Аристотель Востока". В его трактате доказывается несостоятельность средневековых представлений как по отдельным вопросам изучения природы, так и по общим принципам подхода к изучению бытия.

В трактате Фараби "О достоверных и недостоверных правилах астрологии" подвергается критике основной принцип астрологии о необходимых связях между строением и изменением небесных тел, с одной стороны, и психическими и общественно-социальными процессами - с другой.

В трактате "О пользе алхимии" Фараби доказывает объективную обусловленность стремлений алхимиков к получению благородных металлов, например, золота, из смеси различного рода химических веществ и пишет о необходимости отделения действительно научных, достоверных химических знаний от недостоверных представлений и выдумок.

В "Трактате о вакууме" Фараби подвергает резкой критике основной тезис мутакаллимов - сторонников философии ислама-калама - о наличии в природе абсолютной пустоты и доказывает с помощью простейшего опыта с сосудом, наполненным водой, отсутствие пустоты и наличие в природе мельчайших, не видимых для глаза частиц, из которых состоит видимое нам пространство. Утверждение о господстве в природе абсолютного пространства было необходимо мутакаллинам для обоснования безграничной силы бога, действующей и проявляющейся в природе, так как если бы вся природа была наполнена телесными предметами, то для действия бога не оставалось бы места и возможности или оно было бы ограничено.

На средневековом Востоке было широко известно учение ислама об особых путях познания, так называемых "откровении" и "пророчествах", согласно которому отдельным святым и пророкам свойствен особый, только им известный путь познания, достижения божественной истины, отличающийся и от чувственного, и от рационального познания и недоступный простым смертным. Согласно этому пути познания, пророки интуитивно в моменты откровения познают то, что познается обычно людьми при условии изучения наук в течение длительного времени. Подобное представление было распространено позже и в Европе. Фараби в ряде трактатов, в частности в первой части трактата "Воззрения жителей идеального города", критикует путь познания, отличный от чувственного и рационального, и сводит пророчество к обычным естественным формам познания, отмечая зависимость индивидуального познания от различного уровня интеллектуальных способностей и силы представления. Критика пророчества - это критика учения о религиозной истине, направленная на утверждение правомерности научного познания,

научной истины; в условиях средневековья она служила для обоснования теории о двойственности истины, впоследствии получившей широкое распространение в Европе в период раннего Возрождения – как прогрессивное учение, направленное против религиозной догматики и способствовавшее распространению свободомыслия.

Господствовавшая религия ислама при оценке и классификации средневекового знания единственным критерием считала отношение к Корану – священной книге мусульманской религии, и истинным знанием считала только знание, трактующее о Коране и комментирующее его. Фараби впервые в противоположность этому выдвинул объективный критерий отражения в знаниях того или иного состояния бытия. В трактатах "Классификация наук" и "О происхождении наук" он различает и характеризует более 25 видов наук, охватывающих естествознание и общественные процессы. Это свидетельствует о структурном изучении Фараби естественных наук.

Борьба Фараби за освобождение естественнонаучного знания от мистико-теологических идей и утверждение в противоположность религиозной догматике нового метода изучения природы, основанного на выявлении самих естественных процессов, на принципах разума и человеческого интеллекта, сыграла важную роль в дальнейшем развитии математики, астрономии, географии, медицины и всей системы естественных наук, достигших высоких результатов в трудах последующих ученых средневековья – Ибн Сины, Беруни, Омара Хайяма, Улугбека и других.

В.К. Кабулов и А.Ф. Файзуллаев (СССР)

АЛ-ХОРЕЗМИ, АЛГОРИТМЫ И РАЗВИТИЕ КИБЕРНЕТИКИ

Наш конгресс проходит под девизом: "Знать прошлое, чтобы ориентироваться в настоящем и предвидеть будущее" (академик Б. Кедров).

История развития понятия алгоритма, одного из важнейших понятий кибернетики, является яркой иллюстрацией связи времен. Беря начало в IX веке в трудах ал-Хорезми, это понятие превратилось сейчас в стройную теорию и имеет широкое применение.

В нашем докладе речь пойдет о прошлом, настоящем и будущем алгоритмов.

Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми (780–850), крупный ученый Средней Азии, увековечил свое имя замечательными трудами в области математики, астрономии и географии, которые сыграли важную роль в истории науки. Он возглавлял "Байт ал-хикма" – академию наук тогдашнего Востока.

Такие фундаментальные понятия науки, как "алгебра" и "алгоритм", неразрывно связаны с именем этого ученого: "алгебра" – первая часть заглавия одного из его трактатов, а "алгоритм" – латинская транскрипция имени ал-Хорезми.

Труды ал-Хорезми были переведены на латинский язык начиная с XII века Аделардом из Бата, Робертом Честерским и Герардом Кремон-

ским. В более позднее время эти труды переводились и изучались Ф. Розеном, Г. Зутером, Л. Карпинским, С. Гандием, О. Нейгебауэром, Э.С. Кенеди и другими учеными различных стран. В нашей стране математические труды ал-Хорезми исследовались Т.Н. Кары-Ниязовым, А.П. Юшкевичем и Б.А. Розенфельдом. В средневековой Европе описанная Мухаммадом ал-Хорезми совокупность правил для четырех арифметических действий в десятичном счислении получила название алгоритма или алгоритма. Кроме того, ал-Хорезми построил более сложные алгоритмы для решения алгебраических уравнений второй степени и показал, что эти алгоритмы универсальны, пригодны для решения широкого класса практических задач. Все это показывает, что совпадение выражения "алгоритм" с именем ал-Хорезми вполне закономерно.

Алгоритмы ал-Хорезми были высшим достижением науки для своего времени, долгое время они были почти единственными. И сейчас реализация всех алгоритмов на электронных вычислительных машинах в конечном счете приводит к выполнению четырех действий арифметики. Мы можем с полным правом сказать, что истоки теории алгоритмов восходят к ал-Хорезми.

Со времен ал-Хорезми разработаны многочисленные алгоритмы, формализующие решения разнообразных практических задач. Сейчас алгоритмов столько же, сколько функций. С появлением электронных вычислительных машин значительно возрос интерес к алгоритмам для составления машинных программ, реализующих различные алгоритмы на ЭВМ. Сейчас осуществляется переход от языка конкретных машин к алгоритмическим языкам типа алгол, фортран и другие. Количество алгоритмов и программ растет непрерывно и поэтому организуются государственные фонды алгоритмов.

С другой стороны, начиная с тридцатых годов развиваются фундаментальные основы теории алгоритмов как логической основы кибернетики Винера — науки о преобразованиях и преобразователях информации.

В общем теоретическом плане сначала вводится понятие абстрактного алфавита, состоящего из любой конечной совокупности объектов — букв алфавита. Составляется слово — произвольное конечное упорядочение последовательности букв в каком-нибудь алфавите. Переработка дискретной информации в конечном счете сводится к отображению слов, что осуществляет оператор. Алфавитным оператором в кибернетике называется всякое соответствие (функция), сопоставляющее словам в том или ином алфавите слова в том же самом или некотором другом фиксированном алфавите. Практическая реализация отображений приводит к понятию алгоритма: алгоритмами называются алфавитные операторы, задающиеся с помощью конечных систем правил.

Фундаментальная проблема теории алгоритмов связывается с поиском общих способов задания универсальных алгоритмов, т.е. способов, которые позволяют задать алгоритм, эквивалентный любому наперед заданному алгоритму. Один из таких алгоритмов — нормальный алгоритм А.А. Маркова.

Нормальный алгоритм имеет чрезвычайно простую структуру, но вместе с тем приводит к фундаментальному результату, который сформулирован А.А. Марковым следующим образом: для любого алгоритма в про-

извольном конечном алфавите можно построить эквивалентный ему нормальный алгоритм над этим алфавитом. Если ввести понятие нормализуемости, это утверждение формулируется еще короче, а именно: все алгоритмы нормализуемы.

В тридцатых годах были построены теория рекурсивных функций и теория машин Тьюринга – Поста и сформулированы тезисы Чёрча и Тьюринга. Оказалось, что все эти теории приводят к эквивалентным результатам.

Так обстоит сейчас дело с фундаментальными основами теории алгоритмов. Они связываются с основаниями математики и логики.

Первоначально вычислительные машины казались большими арифмометрами, рассчитанными лишь для ускорения счета. Но затем выяснилось, что машины могут выполнять, кроме арифметических операций, также и логические операции и поэтому они могут быть применимы к автоматизации интеллектуального труда. Все это потребовало построения сложнейших машинных алгоритмов. Возникло новое направление – алгоритмизация, т.е. наука о построении алгоритмов. Первые шаги в алгоритмизации были сделаны в области автоматизации научных исследований.

Процесс научных исследований состоит из ряда этапов: эксперимент – формулировка закона – формулировка задачи – построение математической модели (вывод исходных уравнений) – выбор оптимального вычислительного алгоритма – математическое обеспечение (составление программы) – счет и контроль вычислений. Последний пункт превращает весь ход в кибернетический процесс с обратной связью.

Первоначально автоматизация научных исследований начиналась с решения конкретных уравнений. Постепенно совершался переход к построению алгоритмов для решения классов задач и автоматизировались эксперименты.

Далее возникла идея построения единого алгоритма для автоматизации всех этапов исследования. В настоящее время эта задача решается для одного из разделов механики сплошных сред – теории пластичности и упругости. В машину вводятся основные законы механики (законы сохранения энергии, масс, импульса), задаются условия задачи; остальные этапы выполняются на ЭЦВМ.

Пока не до конца решена проблема автоматизации выбора оптимальных вычислительных алгоритмов, еще решаются вопросы стыковки ЭЦВМ и испытательных установок. Но на деле показана принципиальная реализуемость алгоритмизации в пределах механики сплошных сред.

Очевидно, что разработанные методы алгоритмизации с успехом могут быть применены и в других областях знаний – химии, физики, биологии и др.

Не трудно понять практическую значимость методов алгоритмизации. Это прежде всего относится к автоматизации проектирования. Сейчас в Институте кибернетики Академии наук УзССР алгоритмический подход с успехом применяется для проектирования газовых месторождений и объектов строительства. Создается и общая теория алгоритмизации. При этом вводится понятие множества объектов, функционирующих по

присущим им законам, объединяемым с помощью структурных информационных моделей и моделей функционирования.

В области алгоритмизации делаются первые шаги. Но дальнейшее развитие общих методов стимулирует быстрый рост нового научного направления.

Такова историческая судьба понятия "алгоритм". Такова активная роль одного из понятий в истории науки, его значение в современной науке и технике.

A.G.Molland (Great Britain)

JOHN DUMBLETON AND THE STATUS OF GEOMETRICAL OPTICS

The varying fortunes of the principle "To save the phenomena" have shown clearly the difficulties that arose in assimilating astronomical theories of a mathematical and observational type within the context of Aristotelian philosophy.¹ These difficulties led thinkers such as Thomas Aquinas to stress extravagantly the hypothetical nature of any mathematical astronomical theory, and views similar to those of Aquinas were later to be insinuated misleadingly into the preface of Copernicus's *De revolutionibus* and were to plague the fortunes of Galileo. Less dramatically a similar difficulty was sometimes found in incorporating the work of the perspectivists, or writers on geometrical optics, within the Aristotelian theory of vision.² It is one occurrence of this difficulty that I wish to discuss in this paper.

At the end of the extant part of his *Summa logicae et philosophiae naturalis* (probably written at Oxford in the 1340's) John Dumbleton gives a long and involved discussion of vision.³ The text bristles with obscurities, but not so much as to prevent the main points from standing forth. Dumbleton's principal object is to argue against the existence of visual rays emitted from the eye, and so he gives many complicated and often repetitive arguments to confute the views of Empedocles, Plato, Grosseteste and Roger Bacon, and to establish the opinion of Aristotle, Alhazen, Averroes, Avicenna and

Albertus Magnus that vision is purely passive. Visual rays had been used especially by the perspectivi (whom Dumbleton usually cites as a class), and for this reason Alhazen, as a mathematical writer, was a particularly valuable ally, but his support still presented certain difficulties.

In the first book of his *Optica* Alhazen had argued strenuously against there being anything sent out from the eye in vision. The mathematicians may make great use of visual rays, but, Alhazen says, "In demonstrations they only use imaginary lines, and they call them radial lines".⁴ However, he immediately continues: "And now we have shown (*declaravimus*) that vision does not grasp anything from things seen except by the paths (*verticationes*) of those lines". It could probably seem to many that Alhazen was doing some hasty back-stepping here, for, although he has said that visual rays are only imaginary lines, he straightway claims that these imaginary entities are essential in optical explanations. Such a difficulty faced another Arabic thinker, Averroes, and he held that the lines of the perspectivi were essential to vision but had as their *subiectum* the diaphanous medium, which could by its nature receive form and colour in this way.⁵

The question of the status of the geometrical figures used by the perspectivi seems throughout to be intertwined with Dumbleton's discussion of visual rays, but in the last chapter, when he seems fairly confident that he has disposed of the existence of such rays, the problem becomes central. He opens the chapter by saying that, since so many philosophers have asserted that vision by reflection and refraction needs to be completed by lines, triangles and visual rays, these may not be purely fictitious. In the chapter he devotes much attention to the optical principle that the angle of reflection is equal to the angle of incidence. Alhazen had argued for this principle from experimental evidence,⁶ but Dumbleton is disturbed that he has not demonstrated it. He notes that some would at this

point say that, just as a similar generates a similar, so the intention (intentio) caused by a visible object leaves the mirror by an angle similar to that by which it arrived. But Dumbleton is in fact not convinced that the equality of angles of incidence and reflection is sufficient for vision, but in trying to establish exceptions he seems to neglect Alhazen's precept that reflection takes place in the plane perpendicular to the mirror.⁷ Anyway, Dumbleton does not seem convinced that his argument has demolished geometrical optics, and he speaks of the great harmony that exists between vision and geometry, so that the perspectivi often provide the right answer, which cannot be found otherwise. Geometers are rather like those who think that numbers are the principles of all things, and so "they seek to show the causes of many things by their own art as a testimony to its sufficiency".⁸ Dumbleton then gives an example of how the principle of the equality of angles shows how the point of reflection moves when the object moves, and in so doing he displays, as in other places, the paucity of his geometrical competence.

After this he reverts to the justification of the principle. Alhazen has not demonstrated it, and therefore it is necessary to proceed by analogy with natural philosophy, where we begin with what is known to the senses. We thus argue from the effect, but we are not to assume that we are led to the cause. Rather the situation is similar to the use of lines and instruments in measuring the height of an object, and so "neither the cathetus nor the visual ray is a cause of vision in any genus of cause, but by such imagined lines we can measure where a thing seen by reflection appears".⁹ This state of affairs is not unique to optics, for in the science of weights a circle is imagined with respect to which one object may be said to be heavier than another secundum situm,¹⁰ but this does not mean that an object is actually heavier or lighter on account of its position on a balance, for its form remains unchanged.

The introduction of statics suggests to Dumbleton the possibility of using an analogy to elucidate the cause of vision by reflection, and he goes on to speak of instruments by means of which great weights may be lifted, and those which enable one weak man to overpower many strong ones. Marvellous things may be effected instrumentally that could not be achieved by the agent or the instrument alone. So in optics we may conceive the medium that reflects the intention caused by the visible object as being an instrument. Later he appeals to Aristotle's use of the principle of art imitating nature as justification for arguing from artificial objects.¹¹ Unfortunately Dumbleton's explanation of reflection can tell us little about the quantitative aspects of the process. However, the idea of instrumental causality as a solution to his problem seems to have fascinated him, and he uses it to speak of how the soul moves the body,¹² before he finally proceeds to a rather crude discussion of refraction in terms of the differing densities of media, in the course of which he becomes involved in a rather uninteresting sophism that need not now detain us.

At times it is difficult to preserve one's patience with Dumbleton. His arguments are often long, rambling and inconclusive, and one suspects that not all the obscurities of expression are due to textual corruption. His intellect certainly does not seem to be of the calibre of some of his Mertonian contemporaries. But with all that we must remember the difficulties that faced him in this discussion, for, like Copernicus when confronting homocentric spheres and Ptolemaic astronomy,¹³ Dumbleton was caught between two different modes of explanation. One seemed philosophically fairly satisfactory but not empirically so, and the other had the reverse characteristics. But while Copernicus had the ability to move a long way towards a resolution of his dilemma, Dumbleton was unable to do much more than minimise the significance of geometrical optics while rather shamefacedly admitting its power.

At the beginning of his *Traite de la lumière* Christian Huygens reviewed some of the results of geometrical optics, and then continued:

The majority of those who have written touching the various parts of optics have contented themselves with presuming these truths. But some, more inquiring, have desired to investigate the origin and the causes, considering these to be in themselves wonderful effects of Nature. In which they advanced some ingenious things, but not such that the most intelligent folk do not wish for better and more satisfactory explanations. Dumbleton had the courage to take the "more inquiring" path. The fact that he by no means provided such satisfying explanations as Huygens depends in part on the fact that Huygens had a very different underlying philosophy.

N O T E

1. See Pierre Duhem, *ZEIN TA AINOMENA: Essai sur la Notion de Théorie Physique de Platon à Galilée* (Paris, 1908) translated as *To Save the Phenomena* (Chicago and London, 1969), and Jürgen Mittelstrass, *Die Rettung der Phänomene* (Berlin, 1962).
2. See, e.g., S. Sambursky, "Philoponus' interpretation of Aristotle's theory of light", *Osiris*, xiii (1958), 114-126. The relevant part of Philoponus's commentary on the *De anima* was not available in Latin in the Middle Ages: see Jean Philopon, *Commentaire sur le De anima d'Aristote: Traduction de Guillaume de Moerbeke*, ed. G. Verbeke (Louvain and Paris, 1966), lxxxvii-xcviii.
3. I have used the version in MS Vatican, Lat. 6750, ff. 193v-202r. For the last chapter (ff. 200v-202r) I have collated this with MS Cambridge, Gonville and Caius, 499/268, ff. 161r-162v and MS London, Brit. Mus., Royal 10.B.XIV, ff. 224r-226r, but still have not achieved a completely satisfactory text. On Dumbleton see J. A. Weisheipl, *The Place of John Dumbleton in the Merton School*, *Isis*, 1 (1959), 439-454 and "Ockham and some Mertonians", *Mediae-*

val Studies, xxx (1968), 163-213, pp.199-207.

4. Opticae Thesaurus Alhazeni Arabis..., ed.F.Risner, (Basle, 1587) prop. I.23, p.15. See D.C.Lindberg, "Alhazen's Theory of Vision and its Reception in the West", Isis, lviii (1967), 321-341.
5. Averrois Cordubensis Compendia Librorum Aristotelis qui Parva Naturalia Vocantur, ed. A.L.Shields (Cambridge, Mass., 1949), 28. Cf.Averroes, Epitome of Parva Naturalia, tr.H.Blumberg (Cambridge, Mass., 1961), 15, 79.
6. Opticae Thesaurus (n.4), IV.10-12 (pp.108-109).
7. Ibid., IV.13 (pp.109-111).
8. ... geometrici propria arte in eius sufficientie testimonium multorum ostendere causas petunt.
9. ... nec cathetus nec radius visualis est causa visionis in alico genere cause sed per tales lineas ymaginatas possumus mensurare ubi apparet res visa per reflectionem.
10. Cf. E.A.Moody, & M.Clagett, The Medieval Science of Weights, (2nd printing, Madison, 1960), 128 sqq. et alibi. Dumbleton's reference is to auctor de ponderibus.
11. Probably a reference to Physica, II.2, 194a21-23.
12. Cf. Sancti Thomae Aquinatis... in Aristotelis Librum de Anima Commentarium, ed. A.M.Pirotta (4th edn. Turin, 1959), lib.II, lect. IX, n.348 (p.90) et alibi.
13. Nicolai Copernici Torinensis de Revolutionibus Orbium Coelestium, Libri VI (Nuremberg, 1543), sig. iiiiv; Three Copernican Treatises, tr. E.Rosen (2nd edn, New York, 1959), 57.

М.С. Булатов (СССР)

АРХИТЕКТУРНАЯ НАУКА ВОСТОКА – НАУКА МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

Становление и развитие архитектуры Средней Азии в средние века было связано с развитием прикладной геометрии. Создавая архитектурную форму, зодчий оперирует определенными геометрическими и стереометрическими построениями не из прихоти, а в силу объективной необходимости.

Сочетание объемно-пространственных структур достигается искусным конструированием элементов здания и их геометрическими построениями.

Кроме того, в зодчестве Средней Азии в средние века высокого расцвета достигает архитектурный орнамент (среднеазиатские геометрические арабески, получившие наименование герих), разработка которого происходила на стыке развитой прикладной геометрии и искусства зодчего-художника, что привело к поэтизации такой "сухой" науки, как геометрия, и к созданию высокохудожественных произведений орнаментального искусства. Очевидно, что без геометрии не создаются ни архитектурная форма, ни художественный декор-орнамент.

Такое явление не могло остаться незамеченным современниками. Оно находит прямое отражение в трудах ал-Фараби, который в своей книге "Классификация наук" все математические науки подразделяет на семь разделов: арифметика, геометрия, оптика, наука о звездах, наука о музыке, наука о предметах, имеющих вес (механика), и наука "об искусных приемах" — Илм ал-хийал. Этот термин вошел в научный обиход как механика, поскольку представляет точный перевод с греческого термина *mechané*. Между тем, как разъясняет Фараби, это не только механика, а более широкое понятие, включающее и архитектуру, ибо "сюда же относятся и геометрические искусные приемы, число которых велико. Часть из них составляет основу строительного искусства" (подчеркнуто нами. — М.Б.).

Архитектурная наука в Средней Азии была связана с учением о гармонии и пропорциях, восходящим к восточной и греческой античности. В этом свете представляет интерес научное наследие, оставленное Платоном и Аристотелем, считавшими пропорции основой мирового строя.

О чем бы ни говорил Аристотель — о строении вселенной, строении человека, строении государства, торговом обмене, произведениях искусства, музыке, поэтике и риторике, об архитектуре, — он всюду видит единые законы гармонии, уравновешенности, пропорциональности — законы числа и меры, которыми человек руководствуется в повседневной жизни.

Эти воззрения Аристотеля в той или иной степени нашли освещение в трудах ал-Кинди (801–866), ал-Фараби (880–950), Ибн Сины (980–1037), Омара Хайяма (1048–ок. 1130), "Братьев чистоты" (X в.) и многих других и оказали существенное влияние на становление и развитие теории архитектуры средневековой Средней Азии.

Из древнегреческого учения о гармонии и из художественного наследия зодчими средневекового мусульманского Востока были использованы не каноны человеческого тела, разработанные Поликлетом и Лисиппом, и не формы языческих храмов, а теория архитектурных пропорций. Известно положение Платона о том, что невозможно, чтобы две вещи объединялись красивым видом без третьего, так как между ними должна возникнуть связь, которая их объединит. То, что их может объединить пропорция, не только было воспринято положительно, но получило свое дальнейшее развитие на Востоке, преломляясь в практике архитекторов. Возникает задача сближения красивым видом не двух, не трех вещей, а множество частей в целое, и эта задача решается искусными геометрическими приемами — геометрической гармонизацией.

Лексикон гармонизации оказался велик благодаря высокому развитию средневековой прикладной математики. На помощь практике пришли трактаты ал-Хорезми, Абу-Вафы Бузджани, Ибн Сины.

В связи со сказанным возникает вопрос об образованности лиц, имевших отношение к архитектурно-художественной деятельности. Объем настоящей статьи не позволяет остановиться более подробно на этом вопросе, тем не менее следует сказать, что в средние века, по утверждению автора XI в. Санаи, архитекторы принадлежали к людям умственного труда; известный историк XIV в. Ибн Халдун отмечает высокие познания зодчих в геометрии. По образному выражению Абдурахмана Джамии (XV в.), архитектор прекрасно владел основами зодчества, а в познании астрономии и геометрии мог соревноваться с Птолемеем и Евклидом.

Однако поиски архитекторов были связаны не только с созданием новых выразительных архитектурных форм, но и с геометрической статикой, т.е. учением о равновесии. На Востоке были хорошо известны труды древнегреческих авторов по кинематике и геометрической статике.

Если кинематика относилась к астрономическим наукам и объясняла закономерности движения небесных светил, то геометрическая статика всецело была связана с архитектурой, равновесием, устойчивостью, снижением центра тяжести сооружений. Осмысление основ статики в архитектуре средневекового Востока, очевидно, проходило в сфере "науки искусных приемов". Конкретное ее выражение, как нам представляется, заключалось: а) в придании сооружениям форм, расширяющихся к его основанию как в целом (силуэт), так и в отдельных элементах; б) в облегчении веса сооружения по мере движения снизу вверх, что способствовало снижению центра тяжести, имевшему огромное значение для устойчивости сооружения в условиях постоянных сейсмических явлений; в) в погашении распоров купольных перекрытий, воспринимаемых толстыми стенами или устройством взаимноуравновешивающихся арочно-сводчатых пространственных систем (мечеть Деггарон в Хазаре, XI в.); г) в стремлении зодчих к равнопрочности конструкций, применяя более прочные вяжущие вещества для кладки утонченных конструкций арок сводов и оболочек куполов в верхней части сооружения, тогда как массивные элементы конструкций в нижней части здания осуществлялись кирпичной кладкой на лёгсовом растворе (мавзолей Саманидов, IX в.); д) в развитии центрических и симметричных композиций архитектурных объемов, что способствовало уравновешенности частей здания и тем самым большей устойчивости сооружения в целом.

В архитектуре средневекового Востока поры ее расцвета учение о равновесии — это учение о гармонии. Вот почему геометрическая статика становится частью учения о геометрической гармонизации. Именно в этом проявляется единство метода гармонизации архитектурной формы и тектонической структуры сооружения.

Наше краткое сообщение преследует цель обратить внимание историков архитектурной науки на то, что в Средней Азии архитектурная наука относилась к разделу математических наук. Геометрическая гармонизация пространственно-тектонических структур и архитектурных

объемов являлась одной из теоретических основ архитектуры. Статика сооружений в эту эпоху имела геометрическую направленность. Результаты исследований истории архитектурной теории Средней Азии, проводимых учеными Узбекистана, могут пролить свет на многие вопросы архитектурной науки, имеющие далеко не местный характер. Наши выводы в какой-то степени могут быть распространены на историю теории архитектуры других стран Ближнего и Среднего Востока.

В.Н. Пипуныров (СССР)

ВИЗАНТИЯ – РОДИНА МЕХАНИЧЕСКИХ ЧАСОВ

Джордж Сартон считает, что механические часы могли появиться задолго до распространения их в Западной Европе в XIV и XV столетиях, но в них не было потребности. Поэтому они не могли получить распространения, даже если они где-то были изобретены. Он правильно связывает распространение механических часов в XIV и XV вв. с "творчеством новой экономики" в городах Западной Европы, т.е. с начавшимся развитием там буржуазного общества.

Вопрос о том, где, когда и кем были изобретены самые ранние механические часы, служит предметом спора уже более столетия. Особый интерес появился к этому вопросу в последнее десятилетие в связи с публикацией в 1960 г. труда Нидема, Ван Лина и Прайса под названием "Небесный часовой механизм. Величайшие часы средневекового Китая – недостающее звено в истории часов". Эти авторы на основе изучения книги средневекового китайского ученого Су-Суна (1020–1101) восстановили устройство водяных астрономических часов, в которых кроме механизированных астрономических приборов (армиллярной сферы и небесного глобуса) имелся спусковой механизм весового типа. Последний мог регулировать ход колеса соответственно китайскому делению дня на 100 частей. На этом основании Нидем считает часы Су-Суна одним из звеньев в развитии часов от водяных к механическим, получившим развитие в Западной Европе. В результате сравнительного изучения этих часов с привлечением данных и материалов из других стран средневекового Востока и Запада Нидем, Ван Лин и Прайс установили, что появлению механических часов предшествовал период развития механизированных астрономических приборов. Применявшиеся в них механизмы и были предшественниками механических часов. Для всестороннего обоснования этой точки зрения имели большое значение результаты исследований Д. Прайса, изложенные в ряде его статей и книг.

При достаточном развитии техники астрономического приборостроения механические часы могли появиться в любой из стран средневекового Востока и Запада. Эта техника была на высоком уровне уже в александрийско-римскую эпоху. Об этом свидетельствует реконструкция счетной машины, предназначенной для вычисления астрономических циклов, датированной I в. до н.э., найденной археологами в 1902 г.

на затонувшем судне у острова Антикифера на Средиземном море. Создание этой счетной машины было связано с развитым механическим искусством.

Историк античной техники Дильс следующим образом оценивает качество изготовления зубчатых колес счетной машины Антикифера: "Можно восхищаться, — пишет он, — техникой изготовления колес, соперничающей с точностью работы наших хронометров". Д. Прайс находит, что изготовление и сложность машины не уступает уровню техники XVIII в. н.э. Эта техника была неизвестна в средневековой Западной Европе, но на ее основе получили развитие механические часы в Византии.

Известия о существовании механических часов в Византии появляются в VI в. Бриттен в своем труде "Странные стенные, настольные и карманные часы и их мастера" приводит ссылку на древнюю византийскую антологию, относящуюся к 578 г., согласно которой византийский император Юстин II (565—578) и его жена София в VI веке пожертвовали в базилику в Константинополе "механические часы, искусно устроенные, из бронзы, отбивавшие часы".

Далее, византийский император Константин VII Багрянородный (913—959) в своем описании придворных церемоний упоминает о существовании часов (ὠρολόγιον), которые находились в портике Христотриклина. Там же он упоминает о "маленьких серебрянных часах", которые стояли в его кабинете и еще об одних часах, находившихся в служебной комнате министра императорского двора. Комментатор Константина Багрянородного Рейске пишет, что механические часы с медными колесами в Византии были в употреблении уже в X веке.

Достоверно известно, что в Византии профессия часовщика уже существовала, по крайней мере в "Уставе Константина Багрянородного" содержится упоминание об этой профессии.

В полном соответствии с этими данными Итальянская энциклопедия отмечает, что "византийская хронометрия более развитая, чем западная, знает не только солнечные часы, механическую клепсидру и астролябию, но и механические часы для дворцовых помещений, стационарные или портативные с пружиной и даже с автоматическими устройствами".

Ж. Лабарт в своей "Истории прикладного искусства в средние века и в эпоху Ренессанса" в согласии с Рейске также полагает, что "изобретение часов с колесами неправильно приписывается папе Сильвестру II в 1003 г. Часы с колесами были в употреблении в Восточной Римской империи уже в X веке... Это были те механические часы, которые употреблялись в Константинополе".

По сложившейся традиции со времени Э. Гиббона, прославленного автора "Истории упадка и падения Римской империи" (1776), западные историки техники неохотно признают доводы византиноведов об изобретении механических часов в Византии, хотя и бессильны отрицать наличие там в IX веке высокого механического искусства, о котором свидетельствуют хотя бы созданные Львом Философом различные заводные механизмы-автоматы (рычащие львы, поющие птицы и т.д.), установленные в императорском дворце Маганавр, где император принимал иностранных послов.

В результате изучения источников о первых башенных часах России и сравнения их с устройством ранних итальянских башенных часов нами обнаружено неожиданное сходство в устройстве их циферблатов: и те, и другие имели движущийся циферблат и неподвижную стрелку, показывающую "мимогрядущие числа". Это сходство проще всего объясняется заимствованием часов из Византии как Италией, так и Россией.

Известно, что самые ранние башенные часы на Руси были установлены в 1404 г. монахом Лазарем Сербиным — выходцем из монастыря на горе Афон, находившегося в сфере культурных влияний Византии. "Цареградские" часы имелись на Руси в XVI веке. В Тихвино-Богородицком монастыре имелись часы с византийским делением дня и ночи на 12 часов наряду с существованием там других часов, имеющих более поздний московский счет времени. Следовательно, в византийском происхождении ранних русских башенных часов не может быть сомнения.

Особенно тесные культурные и торговые связи с Византией установили генуэзцы с 1261 г., когда при их содействии была разгромлена Латинская империя и восстановлена Византийская империя. Генуэзцы создали ряд колоний на берегах Черного моря. На первом месте стояла колония Каффа в Крыму (ныне Феодосия). Уже в 1374 г. под несомненным культурным влиянием Византии генуэзцы установили там башенные часы.

Только при допущении возможности заимствования Италией и Россией механических часов из Византии можно объяснить, почему в обеих странах история механических часов начинается не с появления часов самого простого устройства, а сразу с часов весьма сложного устройства со многими автоматическими приспособлениями.

В.П. Шеглов (СССР)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ "ЗИДЖА" УЛУГБЕКА В ЕВРОПЕЙСКОЙ ПЕЧАТИ

В 1648 г. в Оксфорде — одном из старейших очагов науки и культуры Англии — была впервые опубликована небольшая часть главной работы, выполненной в знаменитой Самаркандской обсерватории Улугбека. Работу подготовил к печати и прокомментировал Джон Гривс (1602—1652), профессор севильской кафедры Оксфордского университета.

Астрономический труд Улугбека содержит каталог координат 1018 звезд, составленный в Самарканде, и много других астрономических таблиц. Такие сборники, снабженные теоретическими введениями, назывались на Востоке "Зиджами".

Как видно из заглавия, часть, относящаяся к "Зиджу" Улугбека, подготовленная к печати Гривсом, была продолжением книги профессора астрономии Оксфордского университета Байнбриджа "Caniculae". Часть, подготовленная Гривсом, включала положения всего 98 звезд из каталога Улугбека.

Гривс был первым европейским исследователем каталога звезд Улугбека. Еще в 1643 г. он подготовил для печати "Сводные таблицы долгот и широт звездных положений по наблюдениям Улугбека". Они были основаны на изучении пяти рукописных источников. К сожалению, эта работа не была напечатана. Но позднее появилось несколько отдельных публикаций из "Зиджа" Улугбека, подготовленных к печати Гривсом. Так, в 1648 г. вышли в свет отдельным изданием географические таблицы Улугбека.

Через два года в Лондоне же была опубликована первая часть введения к "Зиджу" Улугбека, содержащая хронологию.

В 1652 г. географические таблицы и хронология вышли в Лондоне вторым изданием.

Это были первые печатные публикации, привлечшие внимание ученых Англии к до того неизвестному там, но пользовавшемуся широкой известностью на Востоке знаменитому самаркандскому ученому Улугбеку.

Сразу же возникает вопрос: каким путем рукописи самаркандских астрономов попали на полки библиотек Оксфорда? С вероятностью, близкой к достоверности, можно сказать, что этот путь состоит из двух частей. Первая от Самарканда до Стамбула проделана с помощью Али-Кушчи (1402-1474) — ученика и сподвижника Улугбека. Могут идти споры о том, когда Али Кушчи покинул Самарканд и когда он достиг Стамбула. Но несомненным остается факт, что он был профессором, а затем ректором Высшей мусульманской школы при превращенном в 1453 г. в мечеть соборе Святой Софии и умер в Стамбуле в 1474 г. спустя 25 лет после смерти своего учителя. Несомненно также, что он привез с собой рукописи "Зиджа" Улугбека и других трудов самаркандских астрономов. Вторая часть пути этих трудов от Стамбула до Оксфорда связана с именем уже упоминавшегося нами первого исследователя "Зиджа" Улугбека Гривса. Еще до занятия кафедры астрономии в Оксфордском университете Гривс много путешествовал, проявляя большой интерес к историческим памятникам материальной культуры, в той или иной мере связанным с астрономией, владел помимо греческого и латинского восточными языками.

Через 17 лет после первой оксфордской публикации ученый хранитель Бодлеянской библиотеки в Оксфорде английский востоковед и переводчик Томас Хайд (1636-1703) подготовил и напечатал на таджикском и латинском языках новое издание самаркандского каталога.

Работа Хайда была выполнена независимо от исследований Гривса и основывалась на двух рукописях из Бодлеянской библиотеки и одной — из колледжа святого Иоанна.

Блестящий знаток восточных языков Томас Хайд проделал большую и кропотливую работу по сличению рукописей и переводу их на латинский язык. Ввиду того что эта работа Хайда явилась основой многих дальнейших переизданий каталога Улугбека, остановимся на ней подробнее. Книга содержит 279 страниц. После двух заглавных следует на 6 страницах пространное посвящение. Далее идет подробное предисловие на 24 страницах, написанное на латинском языке, но со многими ссыл-

ками и извлечениями из рукописных источников. Оно излагает вопросы развития астрономии на востоке и содержит краткие сведения об Улугбека и его каталоге. С 6 по 151 страницу помещены таблицы, слева на латинском, справа на таджикском языках. В них даны координаты всех 1018 звезд каталога Улугбека. По окончании этого фундаментального труда на 88 страницах даны комментарии.

Через 25 лет после оксфордской публикации Хайда данные таблиц Улугбека находят место на страницах изданной в Гданьске книги выдающегося польского астронома Яна Гевелия (1611–1687) "Prodromus Astronomiae". Здесь они сопоставляются с данными других имевшихся к тому времени каталогов: Птолемея, Тихо Браге, Риччиоли, Вильгельма IV, принца Гессенского, и самого Гевелия.

В той же книге Гевелия содержатся две искусно выполненные гравюры, на которых мы находим редчайшие в мировой графике изображения Улугбека. На первой из них он представлен в символическом сообществе пяти перечисленных выше астрономов, данные каталогов которых содержатся в книге Гевелия. Все они сидят за круглым столом, возглавляемым музой астрономии – Уранией. На второй гравюре Улугбек изображен во весь рост среди десяти астрономов от Тимохариса (III в. до н.э.) до автора книги Гевелия, также возглавляемых Уранией.

В какой мере изображение Улугбека имеет портретное сходство? Этот вопрос остается открытым. Едва ли Гевелий располагал какими-либо графическими или описательными данными, относящимися к знаменитому самаркандскому астроному.

Книга Яна Гевелия издана в Гданьске в 1690 г., спустя три года после смерти ее автора. Опубликованная в небольшом количестве экземпляров, она в настоящее время представляет библиографическую редкость.

После Яна Гевелия каталог Улугбека неоднократно издавался в Европе и Америке. Так, первый королевский астроном Гринвичской обсерватории Д. Флемстид (1646–1719) включил его вместе с каталогами Птолемея, Тихо Браге, Вильгельма IV, Гевелия и своим в "Историю неба", изданную в 1725 г. В 1767 г. Шарп осуществил второе издание подготовленного Хайдом каталога Улугбека.

Третье издание вместе с каталогами других авторов опубликовано Фр. Бейли (1774–1844). Бейли сравнивал издания Гривса и Хайда и, воспользовавшись соответствующими рукописями, снабдил каталог предисловием. Кроме того, он впервые отождествил в нем древние названия звезд с их буквенными обозначениями, введенными в астрономию в 1603 г.

В 1711 г. в Оксфорде вышло новое издание географических таблиц, а в 1803 г. они были изданы на греческом языке в Вене. Это венское издание, по-видимому, сохранилось в очень малом числе экземпляров. Его удалось обнаружить только в Бодлеянской библиотеке в Оксфорде.

В 1839 г. французский востоковед Л.А. Седийо (1808–1876) издал часть "Зиджа" Улугбека. Мне не удалось обнаружить этой, по-видимому, очень редкой книги не только в библиотеках Советского Союза, но и в главнейших библиотеках Лондона, Оксфорда, Парижа и Праги. Описание этого издания Седийо представил Академии изящной словесности в Париже в 1839 г.

В 1847–1853 гг. тот же автор опубликовал текст и перевод на французский язык введения к "Зиджу" Улугбека. Наконец, превосходное критическое издание каталога Улугбека, подготовленное Э.Б. Ноблом и снабженное его предисловием, издано в Вашингтоне в 1917 г. Как отмечает автор в предисловии, Англия особенно богата рукописями Улугбека. В цитируемой работе были тщательно изучены и сличены 22 персидских и арабских рукописи. По-видимому, сведения по этому вопросу в Англии исчерпаны. Остались вне изучения Нобла лишь пять или шесть старинных рукописей Улугбека, хранящихся в Парижской национальной библиотеке.

Работа Нобла ценна еще и тем, что в ней содержится анализ точности определения координат звезд каталога Улугбека и много других ценных данных.

Claus Jensen (Denmark)

ABU NASR MANSUR'S APPROACH TO SPHERICAL ASTRONOMY AS DEVELOPED IN HIS TREATISE "THE TABLE OF MINUTES"

Numerical tables serve as an indispensable tool for solving spherical astronomical problems.

In the medieval Islamic zijes these tables usually fall in two classes: (1) tables of pure mathematical functions (sine, tangent, etc.) and (2) tables tabulating measurable astronomical quantities (declinations, right and oblique ascensions, etc.).

In his treatise quoted above Abu Nasr uses an alternative method, viz. he tabulates a set of five trigonometrical functions each of which has no simple interpretation, neither mathematically nor astronomically, but with the property that proper combinations of the five functions enable their user to solve any spherical astronomical problem, as explained by Abu Nasr in some 40 examples accompanying the tables.

* Abstract. A detailed presentation will appear in "Centaurus", vol. 16.

The paper describes the treatise, thereby identifying the five functions which are given by Abu Nasr merely in tabular forms without any definitions. The treatise is then compared with a similar work by Habash Al-Hasib. Finally, the conclusion is drawn that Abu Nasr's main motive in constructing the present tables was to demonstrate the advantage of defining trigonometrical functions in respect of a circle with radius $R = 1$ rather than $R = 60$.

А.Э.-А. Хатипов, А.У. Усманов (СССР)

ОБ АСТРОНОМИЧЕСКОМ ТРАКТАТЕ АЛИ КУШЧИ "РИСАЛА ДАР ФАЛАКИЯТ" И КОММЕНТАРИИ К НЕМУ МУСЛИХ АД-ДИНА АНСАРИ

Как известно, в истории развития астрономии и математики важную роль сыграла самаркандская астрономическая школа Улугбека (1394-1449). Одним из талантливых ученых этой школы был Али Кушчи (1403-1474), уроженец Самарканда, ученик Улугбека, Джемшида Каши (умершего около 1430 г.) и Кади-заде Руми (ок. 1360-1429). После убийства Улугбека Али Кушчи работал в Тавризе (Азербайджан) и Константинополе, где до конца своей жизни возглавлял научную школу при медресе Айя-София при дворе турецкого султана Мухаммада II, который имел склонность, как писал Али Кушчи в своем труде "Китаб аль-Мухаммадия", к математическим и астрономическим наукам. Здесь Али Кушчи написал крупные произведения по математике, астрономии, философии, логике, литературе и др.

Его "Трактат по астрономии" ("Рисала дар фалакият" или "Рисалаи фарсия дар Хай'ат") написан в 1438 г. в Самарканде на таджикско-персидском языке. Нами к юбилею Самарканда (1970) опубликован русский перевод этого трактата [1]. Узбекский перевод трактата с факсимиле рукописи издан в 1968 г. под редакцией академика АН УзССР И.М. Муминова [2].

Трактат Али Кушчи считался лучшим астрономическим сочинением XV века, он был написан на основании новых данных, полученных в обсерватории Улугбека. Али Кушчи пишет: "Все эти расчеты являются расчетами нашей обсерватории, часть из них согласуется с расчетами звездными таблицами прежних обсерваторий, другие противоречат им". Здесь Али Кушчи, по-видимому, имеет в виду прежде всего таблицы Исфаханской обсерватории Омара Хайяма (1048-1131) и Марагинской обсерватории Насир ад-Дина ат-Туси (1201-1274). Один из учеников Али Кушчи Абу-ль-Кадир Руяни о его трактате отзывался следующим образом: "Я изучал астрономические сочинения многих ученых -

Шам' ад-Дина Шами, Гияс ад-Дина Каши, Хусайншаха Самнани, Насира Ширази и Алишаха Хареэми, но когда приступил к изучению "Трактата по астрономии" Али Кушчи, стал понятным смысл всех непонятных мне вещей" [3, стр. 36].

Трактат состоит из введения и двух разделов.

Введение подразделяется на две части. Первая часть содержит основные определения планиметрии, стереометрии и сферической геометрии. Вторая часть введения содержит начальные сведения из области естественных наук, где, в частности, говорится о делении небесного движения на простое (т.е. равномерное) и на переменное (неравномерное), а с другой стороны — на единичное и на составное.

Первый раздел трактата, состоящий из шести глав, содержит основные сведения из сферической астрономии: учение о небесных сферах, теорию движения Солнца, Луны и планет (по Птолемею) и теорию затмений Солнца и Луны.

Второй раздел трактата, состоящий из одиннадцати глав, содержит основы математической географии, основы учения о календаре: мусульманском лунном, персидском и греко-сирийском солнечном, особо отмечается календарная реформа, разработанная Хайямом. Этот раздел содержит также основы гномоники, задачу определения направления киблы (направления на Мекку) в местности с данными географическими координатами, размеры планет и их сфер, а также размеры неподвижных звезд.

Работа по изучению трактата Али Кушчи привела нас к рукописи комментария к этому трактату, хранящейся в Ленинградской публичной библиотеке имени Салтыкова-Щедрина (Дорн 315, лл. 1-62). Автор этого комментария — Муслих ад-Дин Ансари Лари, уроженец Лара (Иран), умерший в 1571 г. Это важное астрономическое сочинение Востока до сих пор не исследовалось и не изучено. Оно написано также на таджикско-персидском языке. Мы перевели эту рукопись на русский язык, наш перевод издан в виде отдельной книги в 1971 г. [4]. Задача состояла в том, чтобы исследовать сочинение и сопоставить с работой Али Кушчи.

Ансари пишет, что основная цель его сочинения состоит в оказании содействия в понимании текста Али Кушчи и в более глубоком изучении проблем астрономии.

Комментарий Ансари также состоит из введения и двух разделов. Первый раздел состоит из шести, а второй — из одиннадцати глав.

По результатам своих собственных наблюдений Ансари вносит некоторые поправки к трактату Али Кушчи и во многом обогащает его. Ансари часто ссылается на результаты, полученные его знаменитыми предшественниками, но, приводя результаты своих собственных наблюдений, иногда не соглашается с высказываниями некоторых из них. В частности, отметим, что в третьей главе первого раздела Ансари при определении "полного склонения", т.е. угла наклона эклиптики к небесному экватору, приводит данные новой обсерватории гуранского султана, погибшего за правое дело, в Самарканде, т.е. обсерватории Улугбека, где было установлено, что "полное склонение равно двадцати

трем градусам, тридцати минутам и семнадцати секундам", и сопоставляет это значение с результатами измерения этой величины предшественниками Улугбека.

Ансари, как и Али Кушчи, в объяснении многих вопросов явлений природы стоял на материалистических позициях. Особенно это выявляется в его объяснении затмений Луны и Солнца [3, стр. 49-58].

Выход в свет трудов Али Кушчи и Ансари является продолжением изучения трудов астрономической школы Улугбека. Впереди предстоит еще большая работа.

Муслих ад-Ансари был также автором комментария к астрономическому "Трактату Фатхия" Али Кушчи, что будет предметом наших дальнейших исследований.

Литература

1. Али Кушчи. Астрономический трактат, перевод с персидского и узбекского, вступительная статья и примечания А.У. Усманова, под редакцией А.Э.-А. Хатипова, Самарканд, 1970.
2. Али Кушчи. Астрономический трактат, перевод на узбекский язык Ф. Расулева, под редакцией и вступительной статьей И.М. Муминова. Ташкент, 1968.
3. Г. Собиров. Развитие математики в Средней Азии (XV-XVII вв.) (на таджикском языке). Душанбе, 1966.
4. Муслих ад-Дин Ансари, Комментарий к астрономическому трактату "Рисала дар фалакият" Али Кушчи, перевод с персидского, вступительная статья и примечания А.У. Усманова, под редакцией А.Э.-А. Хатипова. Самарканд, 1971.

Owen Gingerich (USA)

THE FORGERIES OF 'ABD AL-'IMMA'S ASTROLABES

'Abd al-'Imma was a leading craftsman in a school of instrument makers that flourished in Isfahan around 1700 A.D. His astrolabes are characterized by a rich, decorative calligraphy that makes them highly prized examples of Persian metal working. Splendid examples of his workmanship are found in the collections of the Museum of the History of Science (Oxford), the Adler Planetarium (Chicago), the Smithsonian Institution (Washington D.C.), and in the Hermitage (Leningrad). These instruments are not only pleasing to the eye, but exact in each astronomical detail.

A second group of astrolabes, signed with the name 'Abd al-A'imma, also contains rich, decorative calligraphy, but lacks the scientific integrity of the main group of 'Abd al-A'imma instruments. Examples can be found in private collections in Europe and America, as well as in several distinguished art museums. Their most obvious fault is a complete bilateral symmetry of the spider; since the spider represents a star map, this is clearly nonsense. On most of the examples the border of the spider is inscribed with a meaningless jumble of Arabic words. On the verso, the trigonometric quadrant is divided into an apparently random number of rectangles, instead of the correct 60 X 60 grid. The curves in the upper right quadrant are beautifully drawn, but in a schematic and meaningless fashion. The divisions of the shadow square in the lower part of the verso are not inscribed radially to the center of the astrolabes. These are only the most conspicuous errors; in fact there is not one single correct scientific detail in this class of instruments

These astrolabes deserve to be called forgeries rather than incompetent copies, because nearly all of them contain dates within the cartouche on the verso. A thorough examination of the correct 'Abd al-A'imma instruments shows that none of them are dated in the cartouche, and few are dated at all. This suggests that the maker or makers of the second group of astrolabes tried to establish a false authenticity for his wares by dating them. Unfortunately, no information is available about the possible date of the forgeries, but the comparatively good quality of the metal working suggests that they could have been made as early as the late 18th century.

Full details of this work, carried out in collaboration with David King and George Saliba, will be published in the Journal for the History of Astronomy.

А.К. Таги-Заде (СССР)

АСТРОЛЯБИИ АС-САГАНИ, АЛ-БИРУНИ, АС-СИДЖИЗИ И
АЗ-ЗАРКАЛИ

Наиболее популярным астрономическим инструментом средних веков была астроябия — инструмент, с помощью которого определялись координаты светил на небесной сфере. Наиболее распространенный тип астроябии представляет собой диск диаметром 10–15 см, на одной стороне которого была прикреплена алидада с диоптрами, а на другой — неподвижный диск — “тимпан”, на котором изображались в стереографической проекции круги небесной сферы, сохраняющиеся при ее суточном движении — небесный экватор, горизонт и его параллели — “аль-мукантараты”, и резкий диск — “паук” с изображениями в той же проекции эклиптики и наиболее ярких звезд; тимпаны изготовлялись для определенной широты местности.

Здесь мы рассмотрим “совершенную астроябию” ас-Сагани, “цилиндрическую астроябию” ал-Бируни, “челночную астроябию” ас-Сиджизи и “универсальную астроябию” аз-Заркали, которые отличаются от наиболее распространенной.

“Совершенная астроябия” была предложена в “Книге о способе проектирования сферы на плоскость астроябии” (Китāб фйкайфийа тастих ал-кура 'алā шакл ал-астурлāб) среднеазиатского математика и астронома X века Абū Хамйда Ахмада ибн Мухаммада ибн ал-Хусейна ас-Саганй ал-Астурлāби (ум. 990 г.). Ас-Сагани — уроженец города Саганиана (Чаганиана) в современной Сурхан-Дарьинской области Узбекской ССР был одним из лучших геометров и астрономов своего времени, но особенно был известен как изготовитель различных астрономических инструментов. Ас-Сагани работал в Багдаде под руководством Абу-с-Сахла Вайджана ал-Кухи. Из его математических трудов сохранился только этот трактат, рукописи которого имеются в Стамбуле (Серай 3342/4) и в Банкипуре (2468/39). В 1948 г. банкипурская рукопись была издана в сборнике “Трактаты предшественников и современников ал-Бируни” [1] в Хайдарабаде (Декан) на арабском языке без какого-либо исследования. Мы изучали этот трактат по хайдарабадскому изданию. Он был известен великому среднеазиатскому ученому Абу Райхану ал-Бируни (973–1048) и западноарабскому ученому Абу ал-Хасану ал-Маракуши (ум. 1262 г.). В VI части II “науки” своей книги “Собрания начал и результатов о науке определения времени” ал-Маракуши пишет: “Автор проектирования этой совершенной астроябии Абу Хамид Ахмад ибн Мухаммад ибн ал-Хусейн ас-Сагани. Он написал об этом проектировании очень полезную книгу, в которой получил прекрасные результаты из основ и разделов проектирования” [2, л. 55].

До ас-Сагани при построении астроябий применяли стереографическую проекцию небесной сферы из одного полюса мира на плоскость, касательную в другом полюсе. Ас-Сагани предлагает новый способ проектирования сферы на плоскость, который он называет “совершенным”.

За полюс проектирования ас-Сагани принимает не один из полюсов мира, а любую точку оси небесной сферы, расположенную внутри или вне ее.

В "Памятниках минувших поколений" ал-Бируни пишет об этом: "Абу Хамид ас-Сагани перенес вершины конусов и поместил их внутри сферы или вне ее на одной прямой с осью. Таким образом, большие круги сферы приняли форму прямых линий, кругов, эллипсов, парабол или гипербол. Никто раньше не чертил такой удивительной плоскости" [3, стр.407].

В трактате ас-Сагани излагает построение "совершенной" проекции и проектирование этим способом альмукантаратов и вертикалов небесной сферы на плоскость астролыбии.

Трактату предпослано введение, в котором описывается стереографическая проекция сферы на плоскость, обычно применяемая при построении астролыбии. В I разделе приведены четыре вспомогательные геометрические теоремы, относящиеся к кругам и сферам. Во II разделе доказывается, что в "совершенной" проекции экватор и его параллели проектируются на плоскость в виде кругов. В III разделе рассматриваются проекции горизонта и его параллелей — альмукантаратов — на земном экваторе и показывается, что альмукантараты в этом случае изображаются в "совершенной" проекции эллипсами. В IV разделе говорится, в каких случаях альмукантараты изображаются эллипсами, гиперболами или параболлами. В V разделе приводятся вспомогательные геометрические предложения для изображения вертикалов. В VI разделе рассматриваются проекции вертикалов и показывается, что они могут быть эллипсами, гиперболами, параболлами и прямыми линиями. В VII, VIII и IX разделах даются три различных способа построения "паука". В X разделе ас-Сагани приводит геометрический способ построения параболы, гиперболы и эллипса по точкам с помощью циркуля и линейки, совладающий со способом Ибрахима ибн Синина [4]. В XI и XII разделах этот способ применяется при построении альмукантаратов и азимутов.

Интересно отметить, что крупный ученый IX века ал-Фергани в своей "Книге о построении астролыбии" говорит о невозможности построения астролыбии, когда полюс проектирования не совпадает с полюсом мира.

Отметим также, что если на основе стереографической проекции сфер в евклидовом и псевдоевклидовом пространствах можно построить конформные интерпретации плоскостей Римана и Лобачевского, то "совершенная" проекция ас-Сагани могла бы послужить основой серии интерпретаций плоскостей Римана и Лобачевского, промежуточных между проективной и конформной [5].

"Цилиндрическая астролыбия" ал-Бируни была предложена в его книге "Исчерпание всех возможных способов конструирования астролыбии" (Исти'аб ал-вуджӯх ал-мумкина фи сина'а ал-астурлаб) [6]. "Цилиндрическая" проекция ал-Бируни представляет собой ортогональную проекцию сферы вдоль одного из ее диаметров. При этом проектировании также круги на сфере изображаются коническими сечениями или прямыми.

Отметим, что интерпретации ал-Бируни соответствует интерпретация, предложенная М.Б. Хазановым [7].

В "Памятниках минувших поколений" ал-Бируни пишет: "Сюда же относится разновидность [проекции], которую я назвал цилиндрической; до меня не дошло, чтобы кто-либо из представителей этой науки упомянул о ней раньше меня. [Цилиндрическая проекция] состоит в том, что через круги или точки в сфере проходят линии или плоскости, параллельные оси; [таким образом] на плоскости дня получаются только прямые линии, круги и эллипсы" [3, стр. 407-408]. Ал-Бируни ошибается, считая что параллельное проектирование предложено им впервые — на самом деле это проектирование применял Клавдий Птолемей в своей "Аналемме" [8].

В "челночной астролябии" ас-Сиджизи в отличие от обычных астролябий на тимпане изображаются эклиптика и звезды, а на подвижной части астролябии — горизонт и несколько альмукантаратов. Название "челночная астролябия" объясняется тем, что эта подвижная часть астролябии, состоящая из изображения дуг горизонтов для двух широт и стержня, соединяющего их с центром астролябии, имеет вид челнока с мачтой.

В своей книге "Исчерпание всех возможных способов конструирования астролябии" ал-Бируни писал: "Я видел у Абу Саида ас-Сиджизи астролябию простого вида, не состоящую из северной и южной, называемую челночной. Я нашел, что это прекрасное изобретение, принцип которого основан на убеждении некоторых людей в том, что упорядоченное движение вселенной принадлежит Земле, а не небесной сфере" [6, стр. 104].

Новые способы построения астролябии были в XI веке предложены западноарабскими учеными Али ибн Халафом и Абу Исхаком аз-Заркали ал-Куртуби (1029-1087). "Универсальная астролябия" аз-Заркали основана на том, что небесная сфера изображена на ее тимпане в стереографической проекции из точки равноденствия на плоскость колюра солнцестояний. При решении задач, связанных с горизонтом, этот же тимпан рассматривают как проекцию небесной сферы из точки пересечения горизонта с экватором на плоскость небесного меридиана [9].

Тимпан астролябии аз-Заркали в отличие от тимпанов обычных астролябий пригоден для любой широты.

Литература

1. Ахмад ибн Мухаммад ибн ал-Хусейн ас-Сагāни, Китāб фī кайфийа тастйх ал-хура 'алā шакл ал-астурлāб, Расайл ал-мутафаррика фи-о-хай' а ли-л-мукаддимйн ва-л-муасирай ал-Бйрўнй, Хайдар-абад, 1948.
2. Абў 'Алй ал-Хасан ал-Маракушй, Китāб джāми' ал-мабādй ва-л-гāй-āt аш-шāмил ли-джāми' ар-расāил ва-л-вад'иййāt, арабская рукопись Парижской национальной библиотеки, № 2507, 2508.

3. Абурейхан Бируни. Памятники минувших поколений, перевод М.А.Салье. Избранные произведения, т. I, Ташкент, 1957.
4. Ибн Сиан. Книга о построении трех конических сечений, перевод Дж. ад-Даббаха и С.А. Красновой, прим. С.А. Красновой, Историко-математические исследования, вып. XVI, 1965, стр. 427-446.
5. Л.М. Еськина, Л.В. Львова, Л.П. Шибасов. Интерпретации плоскости Лобачевского, промежуточные между проэксивной и конформной интерпретациями. - Ученые записки Азербайджанского гос. университета, серия физ.-мат. наук. Баку, 1964, стр. 51-57.
6. Абу-Райхāн Мухаммад ибн Ахмад ал-Бīрūнī. Исти' āб ал-вуджūх ал-мумкина фī синā'a ал-астурлаб, арабская рукопись Лейденской университетской библиотеки, № 591/4.
7. М.Б. Хазанов. Новая карта плоскости Лобачевского и некоторые ее приложения. - Ученые записки Кабардино-Балкарского гос. университета, 2. Нальчик, 1957, стр. 189-199.
8. Ptolemaeus. Analemma. - Opera, ed. J.L. Heiberg, vol. 2, 1907, S.189-223.
9. F.Vera. La matematica de los musulmanes españoles. Buenos Aires, 1947.

Henri Hugonnard-Roche (France)
THEMON ET NICOLE ORESME

Depuis les travaux de Pierre Duhem, Thémon est apparu, dans ses Questions sur les Météorologiques, comme l'un des principaux savants parisiens du XIV^e siècle. La comparaison de ses doctrines avec celles de Nicole Oresme pourrait être faite tant à propos de son oeuvre météorologique que de ses conceptions cosmologiques exposées dans les 25 Questions qu'il rédige sur la "Sphère" de Sacrobosco. Mais, s'agissant de ces deux maîtres, c'est un point de physique mathématique que nous proposons d'examiner. On sait qu'Oresme a fait de la mécanique médiévale une science des "proportions de proportions" par extension du traitement mathématique des exposants fractionnaires aux problèmes de la vitesse. Par là il a donné un nouveau développement à la représentation des règles du mouvement, inventée par Bradwardine, en termes de relation exponentielle de proportions. C'est une étape intermédiaire dans cette mathématisation de la physique du mouvement que présente la "Question sur le mouvement de la lune" composée par Thémon dès 1350, c'est-à-dire avant même qu'Oresme n'entreprenne, en matière

de proportions, ses grands traités, "Algorismus proportionum" et "De proportionibus proportionum".¹

Loin d'être bornée à des sujets proprement astronomiques, la Question de Thémon est le prétexte au traitement des problèmes mathématiques, physiques ou cosmologiques les plus neufs en leur temps. Ainsi, dans sa quatrième partie, l'auteur entreprend une étude cinématique des vitesses comparées du soleil et de la lune. Il néglige, pour simplifier, le mouvement de la lune sur son épicycle et admet que la planète décrit, comme le soleil, son excentrique d'un mouvement uniforme. La vitesse de chacune des deux planètes est alors déterminée par la portion d'excentrique effectivement décrite en un temps donné. Thémon considère en effet les vitesses intrinsèques des mobiles et non les vitesses de leurs mouvements apparents comme fera Oresme dans son "De proportionibus proportionum".

Si E_s et E_l sont les longueurs respectives des excentriques du soleil et de la lune, T_s et T_l les temps que les planètes mettent à effectuer une révolution complète sur ces cercles, V_s et V_l leurs vitesses intrinsèques, Thémon conclut naturellement que $V_s/V_l = E_s/E_l$ quand $T_s = T_l$. Mais en réalité, $T_s/T_l = 12/1$ puisque la lune parcourt son excentrique en un mois, le soleil décrivant le sien en un an. La proportion des vitesses des deux mobiles est alors donnée par une certaine relation de la proportion des distances parcourues à celles des temps, que Thémon décrit ainsi:

"proportio velocitatis ad velocitatem attenditur penes excessum quo proportio ecentricorum excedit proportionem temporum vel penes proportionem proportionis ecentricorum ad proportionem temporum".²

Contrairement à ce que la présence de la particule vel pourrait laisser croire, les deux propositions réunies dans cette définition ne sont pas équivalentes. La première signifie que la proportion des vitesses est égale à l'excès de la proportion des excentriques sur celle des temps, c'est-à-dire à la pro-

portion arithmétique des deux proportions des excentriques et des temps, soit : $Vs/VI = (Es/El)/(Ts/Tl)$. La seconde proposition signifie que les proportions des distances, des temps et des vitesses sont liées par une relation exponentielle de la forme : $Es/El = (Ts/Tl)^n$ où $n = Vs/VI$. L'auteur illustre avec netteté cette distinction lorsqu'il déclare :

"octupla proportio excedit quadruplam(mas: duplam) in proportione dupla, licet tamen octupla ad quadruplam non sit nisi sesquialtera".³

Ce qui s'écrit : $(8/1)/(4/1)=2/1$ et $8/1 = (4/1)^{3/2}$. Si donc l'on adopte avec Thémon les longueurs des excentriques du soleil et de la lune données par Campanus, dont la proportion est voisine de 25/1, on peut conclure avec lui que la proportion des vitesses des planètes est donnée dans la relation : $25/1 = (12/1)^n$ où $n = Vs/VI$. Il s'agit évidemment d'une transposition en termes de cinématique de la relation dynamique fondamentale de Bradwardine.

Comme chez Nicole Oresme qui, dans son "De proportionibus proportionum", utilise cette relation sous sa forme originale, le problème mécanique de la comparaison des vitesses de deux mobiles se ramène alors à un problème mathématique de calcul des proportions. Le fondement de ce calcul est l'interprétation du terme pars empruntée, par Thémon comme par Oresme, aux maîtres d'Oxford. Cette interprétation, étrangère à la tradition euclidienne, apparaît avec netteté dans l'expression "hora divisa in partes proportionales proportionalitate dupla" par laquelle Thémon désigne la décomposition d'une grandeur continue - ici une heure - en la somme d'une multitude infinie de ses parties formant une progression géométrique décroissante, du type $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^n}$. Pars désigne alors une proportion unité qui est la commune mesure ou la base de toutes les proportions reliées à elle dans la même série géométrique. Comme Oresme, Thémon emploie donc pars dans un sens exponentiel: une

partie d'une proportion est une puissance inférieure à 1 de cette proportion.

Ainsi, ayant à comparer les proportions 625/1, 25/1 et 12/1, et sachant que $625/1 = (25/1)^{2/1}$, Thémon conclut que 625/1 est supérieur à une proportion double rélativement à 12/1, parce que, si non, la partie serait plus grande que le tout :

"... cum alias pars esset maior toto, quod falsum, Tenet consequentia cum vicesima quintupla sit totum respectu... duodecupla".⁴

Ce qui veut dire que 12/1 est partie de 25/1, soit: $12/1 = (25/1)^{m/n}$ où $m < n$. De ce résultat, l'auteur suggère seulement la possibilité d'une démonstration fondée sur une proposition du Ve livre d'Euclide qui n'est pas désignée. Sans doute faut-il entendre la huitième, qui peut s'écrire : si $a > b$, alors $a/c > b/c$ et $c/a < c/b$. La démonstration envisagée par Thémon serait donc, dans son principe, une transposition de ce théorème portant sur des proportions arithmétiques dans les termes du langage des proportions de proportions entendues au sens exponentiel. On pourrait l'écrire : si $a > b$ et $c = a^n$, alors $c > b^n$.

Sans doute Thémon ne donne-t-il aucune preuve d'un tel théorème et ne disposait-il pas de tous les procédés du calcul sur les exposants donnés par Oresme dans son "Algorismus proportionum". Il est sûr du moins qu'il a quelque notion d'un tel calcul. S'attachant en effet à montrer que $25/1 < (12/1)^{4/3}$, il énonce sa preuve dans ces termes :

"proportio duodecupla continet in se tres duplas et unam sesquialteram, sed proportio vicesima quintupla non continet duodecuplam et eius tertiam (ms: tres) partem, igitur non est sesquitertia ad eam".⁵

Ceci s'écrit : $12/1 = (2/1)^3 \cdot (3/2)^1$

$$25/1 < (12/1)^1 \cdot (12/1)^{1/3}$$

donc: $25/1 < (12/1)^{4/3}$.

La particule et, dans l'expression précédente, est donc une première forme de la terminologie selon laquelle addition et soustraction de proportions signifient multiplication et division de ces proportions. Cette terminologie par laquelle il faut entendre, plus exactement, que les seules opérations applicables aux proportions sont la multiplication et la division -- qui sont appelées, lorsqu'il s'agit précisément de proportions, addition et soustraction respectivement -- apparaît dans l'"*Algorismus proportionum*" d'Oresme, qui a pour "terminus post quem" 1351. Si donc il a été parfaitement constitué par Oresme, un tel langage a été utilisé auparavant sous des formes plus ou moins explicites, dont le passage cité de Thémon pourrait être l'un des premiers témoignages.

C'est en utilisant alors ce résultat $E_s/E_l < (T_s/T_l)^{4/3}$, obtenu par application de la relation de Bradwardine transposée en termes de cinématique, que Thémon conteste la valeur de la relation $V_s/V_l = (E_s/E_l)/(T_s/T_l)$. Admettant en effet, d'après la première, que V_s/V_l est inférieur à $4/3$, il montre sans peine que ce résultat ne peut être obtenu par la seconde. C'est exactement de la même façon que procédera Oresme pour critiquer la fausse règle de la mécanique traditionnelle $F/R \propto V$ à l'aide de celle de Bradwardine tenue pour vraie : il substituera simplement sa propre fonction à la première et montrera que les résultats obtenus sont différents.

Quelle que soit l'impropriété d'une telle preuve, la description de la proportion des vitesses en termes de relation exponentielle de proportions permet à Oresme de fonder mathématiquement sa doctrine de l'incommensurabilité des mouvements célestes. Celle-ci est une conséquence directe de son affirmation selon laquelle deux éléments quelconques d'un ensemble quelconque de proportions sont probablement incommensurables, c'est-à-dire constituent une proportion irrationnelle de proportions du type $a/b = (c/d)^{1/\sqrt{q}}$. Il semble que Thémon ne soit

pas parvenu à la distinction - nécessaire à une telle argumentation - qu' Oresme établit entre proportion irrationnelle avec dénomination rationnelle $(a/b)^{1/q}$ et proportion irrationnelle sans dénomination rationnelle $(a/b)^{1/\sqrt{q}}$. Mais si cet aspect mathématique du problème de l'astrologie est inaccessible à Thémon, celui-ci s'attache à son examen logique dans la troisième partie de sa Question, où il étudie s'il est possible qu'un même effet, après sa corruption, puisse être reproduit identique à lui-même. Ces considérations trouvent leur source dans le dernier chapitre du "De generatione" : après discussion, Aristote y conclut à la possibilité d'une génération circulaire du moins in specie. Il s'agit bien là de l'origine du problème qui sera la préoccupation commune des deux maîtres parisiens : saisir l'ordre des mouvements célestes et déterminer, mathématiquement chez Oresme, logiquement et ontologiquement chez Thémon, s'il est possible qu'ils produisent en des instants différents du temps des configurations identiques et, par là, des effets numériquement identiques.

Notes

1. Nous avons consacré à l'oeuvre de Thémon un travail comportant une analyse détaillée des Questions sur la Sphère et une édition commentée de la Question sur le mouvement de la lune : H. HUGONNARD-ROCHE, L'oeuvre astronomique de Thémon Juif, sous presse. Sur l'oeuvre d'Oresme, nous renvoyons une fois pour toutes à l'introduction donnée par Ed. Grant à son édition du De proportionibus proportionum, Madison, 1966.

2. Ms. Erfurt, Wissensch. Bibl., Amplon. F 313, fol. 130vb.

3. Ms., fol. 131 a.

4. Ms., fol. 133 a.

5. Ms., fol. 131 a.

Ф. Зикриллаев, М. Саидмурадов,
М. Усманов (СССР)

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ В КНИГЕ "КУРАЗАИ ТАБИ'ИЯТ" ИБН СИНЫ

Среднеазиатский ученый Ибн Сина (980–1037) написал более 200 трудов по различным отраслям науки. "Куразаи таби'ият" ("Жемчужина природы") написана на таджикско-персидском языке в виде вопросов и ответов по просьбе эмира для объяснения разнообразных явлений природы. Книга состоит из четырех частей и 50 глав: первая часть "Вопросы зоологии" ("Андар масаили хайвани") состоит из 16 глав, вторая часть "Вопросы ботаники" ("Андар масаили набати") – из 8 глав, третья часть "Вопросы минералогии" ("Андар масаили ма'дани") – из 10 глав, четвертая часть, наиболее интересная для физики, "Вопросы о диковинках" ("Андар масаил нувадир") – из 16 глав.

Критический текст был издан в 1953 г. профессором Тегеранского университета Гулямом Хусейном Сидки на основании трех рукописей: 1) Тегеранской национальной библиотеки, 2) Библиотеки ходжи Сейида Насруллы Такви, 3) Библиотеки медресе Сипахсалар [1].

Рассмотрим некоторые вопросы физики в четвертой части этой книги.

В VI главе этой части Ибн Сина пишет: "Вопрос – Почему кувшин лопается, когда вода зимой в нем замерзает? Ответ – Потому что холод есть причина удаления однородных частиц и уплотнения разнородных частиц. От холода частицы воды в твердом состоянии удаляются друг от друга и ее объем становится больше и не умещается в кувшине, поэтому кувшин лопается. Доказательство того, что холод удаляет частицы воды друг от друга, – то, что замерзшая вода становится легче. Подтверждение этого можно видеть, если бросить лед в воду, – он всплывает на поверхность. По этой причине когда вода замерзает в кувшине, то кувшин, естественно, лопается".

Аналогичный вопрос рассматривается в "Переписке Бируни с Ибн Синой".

В XI главе этой части Ибн Сина рассматривает вопрос о водоизмещении лодки: "Вопрос – До какой величины лодка погружается в воду? Ответ – Лодка погружается в воду до той величины объема, что если этот объем заполнить водой, то вес этой воды будет равен весу лодки. Это можно легко проверить. Для этого берут дерево, из него вырезают куб и, бросив куб в воду, узнают, сколько его частей погружено в воду. После этого делают метку, до которой куб погрузился в воду, а затем делают форму такой вместимости, в котором помещается куб от основания до метки. Заполнив эту форму водой, взвешивают и определяют вес воды. Взвешивают и деревянный куб, и, оказывается, что вес воды и вес куба равны".

Заметим, что многие историки физики считают, что закон Архимеда в средние века был неизвестен.

В X главе этой части Ибн Сина рассматривает распространение и отражение звуковых волн: "Вопрос – Почему в пустыне звук не слышен, а в горах слышен? Ответ – Потому, что звук – явление, возникаю-

шее от удара воздуха. При ударе воздух становится подвижным, и его волновые движения, распространяясь, звучат в пустыне и идут на дальние расстояния, после чего ослабевают, воздух становится неподвижным, и звук, зависевший от этого движения, также затухает. По этой причине в пустыне звук не слышен. В горах же и ущельях звук слышен. Если воздух, находящийся между горами, становится подвижным под действием звука, он не находит дорогу дальше, волновые движения воздуха возвращаются обратно от гладкой поверхности горы туда, откуда они пришли, и звук, зависевший от этого движения, также возвращается обратно, и люди узнают его как звук, изданный другим человеком. Этот пример подобен тому, когда бросаешь камень в воду водоема и движение воды, достигнув края водоема, не находит пути и возвращается обратно туда, откуда оно пришло. Это отражение аналогично отражению солнечных лучей, падающих на гладкие тела. Таким образом, это — отражение звука”.

Заметим, что Ибн Сина занимался акустикой в своих “Книге знания” и “Книге исцеления”, где имеются специальные разделы о музыкальной акустике, а в “Трактате о произношении звуков” и в “Трактате о музыке” он подробно разъясняет возникновение и распространение звука.

В I главе этой части Ибн Сина рассматривает электрические явления: “Вопрос — Почему если ночью натрешь рукой мытый халат, то из него выскакивают искры, так же как при поглаживании затылка кошки? Ответ — Из-за того, что воздух, имеющийся среди частей мытого шелкового халата, при натирании становится чрезвычайно разреженным и достигает того, если по нему погладишь рукой, то от трения возникает и тепло, и вещество, и форма огня, которые вместе образуют огонь. Причина выскакивания искр из затылка кошки также — то, что вблизи волос кошки возникает дымчатое испарение, вследствие чего волосы кошки чрезмерно сухие, поэтому при поглаживании их рукой происходит то же, что и с мытым халатом”.

В XIV главе этой части Ибн Сина пытается объяснить причину грома, молнии и дождя: “Вопрос — В чем причина грома, молнии и дождя, возникающих из облаков? Ответ — Облако — это такое же сложное вещество, как и другие вещества природы, и две крайности — образование и разрушение — близки одно к другому. Оно быстро образуется и быстро разрушается. В пространстве, где имеются другие предметы, облака разрушаются, и все их элементы выделяются и возвращаются к центру Земли. Это — дождь, стремящийся к земле. Из-за его рыхлости и мягкости воздух не может быстро пробиться. Облака разрушаются; постепенно и то, что образуется из нежной влаги, воспламеняется. Это — молния. Всегда, когда в нежной влаге образуется огонь, он падает на землю и из него выходят звуки, подобно тем, которые возникают при поглаживании мытого шелка или при натирании его рукой, из него выходят искры и звук. . . Это — гром”.

Здесь следует отметить, что Ибн Сина впервые сближает гром и молнию с искрами, образующимися при электризации трением.

Вопросы физики рассматриваются и в ряде глав третьей части книги Ибн Сины, где разъясняются явления темноты, яркости, отражения, зажигательного действия линзы, перевернутого изображения с помощью линзы, поглощения и рассеивания света воздушными частицами и образования миража.

Литература

1. Абу Али ибн Сина. Кураза-ин таби ийат. Тегеран, 1953.

David C. Lindberg (USA)
ALKINDI'S THEORY OF VISION

Alkindi's *De aspectibus*, containing a perfectly clear exposition of his theory of vision, has been available in a critical edition for almost sixty years.¹ Nevertheless, confusion continues to prevail regarding Alkindi's position in the medieval debates over the theory of vision. In 1890 Eilhard Wiedemann characterized Alkindi as a defender of the Platonic theory of vision, in which radiation issuing from the eye is held to unite with a similar radiation from the visible object.² Much more recently, G.F. Vescovini has written that according to Alkindi "vision is a phenomenon of sense occurring by means of rays coming in straight lines- the impressions provoked by a luminous source in an organ of sense suited to receive them, namely the eye."³ Vescovini thus maintains that in Alkindi's view, vision occurs as the luminous source makes an impression upon the observer's eye. Finally, Vasco Ronchi, in the recent English version of his *Storia della luce*, claims repeatedly that Alkindi proposed an intromission theory of vision, in which radiation passes from the visible object to the sensitive organ - thus anticipating Alhazen by a century and a half.⁴

The truth is that Wiedemann, Vescovini, and Ronchi are all in error. Alkindi adopted neither the Platonic theory of

synaugeia (i.e., simultaneous two-way emission) nor the intromission theory of the Atomists and Aristotle, later to be reformulated by Alhazen. Rather, Alkindi was a staunch defender of the Euclidean emission theory, in which radiation is held to issue from the observer's eye and to perceive those objects upon which it is incident.⁵ In *De aspectibus* Alkindi defends this position with several arguments. He maintains, in the first place, that if vision were to occur through the forms of visible objects proceeding to the eye and entering it, then a circle situated edgewise before the eye (i.e., with its plane passing directly through the center of the eye) would impress its form in the eye and would therefore be visible in its full circularity. Alkindi's point is that if the intromission theory were true, the form of an object would enter the observer's eye as a unit, and there its spatial orientation would have nothing to do with its perception, for in the eye (where the visual power is in direct contact with the form of the object) the laws of perspective no longer apply. But such is not the case. "On the contrary," Alkindi writes, "when circles and observer are in the same plane, the circles are by no means seen. Therefore it remains that a power proceeds from the observer to the visible object, by which they are perceived."⁶

Alkindi has additional arguments against the intromission theory and in behalf of the emission theory. He repeats Aristotle's argument about weak-sighted people who see their own image before them because "the power proceeding from sight, when it cannot penetrate the air because of weakness, is made to return by the air to the body of the observer."⁷ He also argues, following Theon of Alexandria, that the structure of a sense organ implies the mode of its functioning. The ears, for example, are hollow in order to collect the air that produces sound. But God made the eye spherical and mobile. It does not, therefore, collect impressions; rather, through its mobility

it shifts itself about and selects the object to which it will send its ray.⁸

A final argument for the emission theory is that only by it can the selectivity of sight be explained. When we read a book, sight must strain to locate a particular letter and perceives it only after an interval of time; it is thus evident that we perceive objects in the visual field in temporal sequence rather than all at once. Moreover, objects situated at the side of the visual field or far from the observer are poorly perceived. Now if sight occurred through an impression made by the form of the visible object on the eye, all objects within the visual field would be seen simultaneously, for all would be equally and simultaneously present to the eye. Furthermore, if objects as far off as celestial bodies are visible, surely objects at the distance of a palmor cubit (such as the letters of a book) must impress their forms on the eye all the more clearly and should not have to be sought out by the eye. Therefore it must be the case that a visual power issues from the eye, selecting its objects successively, and that this power is weaker the more it diverges from direct opposition to the center of the eye.⁹

It might seem, on the basis of this defense of the emission theory, that Alkindi was in all respects Euclid's faithful follower; in fact, however, Alkindi departed radically from Euclid on the nature of the visual cone. Euclid had conceived of the visual cone as a composite of discrete rays separated by spaces and had gone so far as to argue that objects situated between adjacent visual rays are unperceived.¹⁰ Alkindi, on the other hand, followed Ptolemy in maintaining that the visual cone must be conceived as a continuous body of radiation.¹¹ Once again Alkindi assembled a number of arguments in support of his position, but I have time to consider only one of them as an illustration. If the discrete r

rays of the Euclidean are geometrical lines (i.e., having no dimension except length), then they are incident only on a point and consequently can perceive only that point. "But a point is not perceived," Alkindi argues, "since it possesses neither length nor width nor depth; and what lacks length and width and depth is not perceived by sight."¹² If, on the other hand, the discrete rays of the Euclidean are three-dimensional pencils of radiation, then we will observe only those portions of the visual field on which visual rays fall; between them will be blank spaces where no ray is present. In short, we will receive a spotted impression of the visual field. Since this latter conclusion is contradicted by even the most elementary observation, it must be rejected. We are forced to conclude, therefore, that the visual rays issuing from the observer's eye constitute a continuous body of radiation, sensitive throughout.

Although Alkindi departed from Euclid on the nature of the visual cone, it is apparent that he is to be viewed as a member of the Euclidean tradition; he was not, as Vescovini and Ronchi have suggested, a precursor of Alhazen's intromission theory of vision. Nevertheless, Alkindi made a contribution of vital importance to Alhazen's intromission theory. In Proposition 13 of his *De aspectibus*, Alkindi analyzes the illumination of an opaque body by a luminous body in its vicinity. In the course of this analysis, he employs the principle of rectilinear propagation to argue that point A (Fig.1) of luminous body AB is able to illuminate only region ZH of the opaque body EU. The same is true, of course, for any point on body AB. Alkindi concludes his demonstration with the following remark: "Therefore we have illustrated how each part of the luminous body illuminates that which is opposite it, namely that to which a straight line can be drawn."¹³ This remark may appear, at first reading, to be devoid of significance;

who would have doubted that each point of a luminous body illuminates that to which a straight line can be drawn without interference? The importance of the claim, however, is not in its reference to rectilinearity, but in its punctiform analysis of the luminous body. According to Alkindi, it is not the luminous body as a whole that illuminates other bodies in the vicinity, but each of its points independently of the others.

In the twentieth century this principle undoubtedly appears self-evident, but it is lacking in ancient optical texts. In Antiquity, the Atomists had spoken of a simulacrum or eidolon, which issues as a coherent whole from the visible body.¹⁴ Aristotle had argued that colored bodies produce qualitative changes in a transparent medium so that ultimately the sense organ, because of its transparency, "becomes the sensible object,"¹⁵ but he had failed to discuss the possibility that different parts of a body might tend to introduce different qualitative changes into the same medium. His conception of radiation was thus, like that of the Atomists, wholistic.¹⁶ It was Alkindi who first stated this most fundamental of optical principles, and we must not permit its present familiarity and self-evident character to obscure its importance or the creative effort that went into its formulation.

Alkindi's principle of punctiform analysis bore fruit some 150 years after his death, when Alhazen employed it as the foundation of a new intromission theory of vision. For Alhazen's achievement was not simply to substitute an intromission scheme for the ancient emission scheme; Alhazen's position was that one could explain a coherent visual impression by means of independent or incoherent sources of radiation, and his theory was therefore not simply an alternative to ancient emission theories of vision, but to ancient intromission theories as well.¹⁷ Ironically, Alkindi has here formulated the basis of the new conceptual scheme that would eventually supplant his own emission theory of vision.

NOTES

1. Axel Anthon Björnbo and Sebastian Vogl, "Alkindi, Tidesus und Pseudo-Euklid. Drei optische Werke," *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften*, vol. 26, pt. 3 (1912), pp.3-41.
2. "Zur Geschichte der Lehre vom Sehen," *Annalen der Physik und Chemie*, N.S., vol. 39 (1890), p.471. Wiedemann later corrected himself in his "Aus al Kindis Optik," *Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Societät in Erlangen*, vol.3 39 (1907), p.247.
3. Studi sulla prospettiva medievale (Torono, 1965), p.51: "La visione è un fenomeno sensibile (sensibiliter) mediante raggi che provengono in linea retta e che sono le impressioni provocate da una sorgente luminosa in un organo di senso atto a riceverle, l'occhio".
4. *The Nature of Light: An Historical Survey*, tr. V. Barocas (London, 1970), pp.44-46, 48, 278. The discussion of Alkindi (most of which Ronchi appears to have borrowed from Vescovini) is not found in the Italian or French versions of his book.
5. I have analyzed Alkindi's theory of vision in detail in my "Alkindi's Critique of Euclid's Theory of Vision," *Isis*, forthcoming. On Euclid's theory of vision, see Albert Lejeune, *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque* (Louvain, 1948).
6. De aspectibus, prop. 7, ed. Björnbo and Vogl, "Drei optische Werke," p.9: "Immo cum circuli et aspeciens in una consistunt superficie, circuli nullo modo videntur. Non ergo restat, nisi ut ab aspiciente ad res, quae aspiciuntur, procedat virtus, qua eas recipiat."
7. Ibid., prop. 8, p.10: "... virtus a visu procedens cum propter debilitatem in aere penetrare non possit, redire eam facit aer ad corpus hominis aspicientis." Cf. Aristotle, *Meteorologica*, Bk. III, chap. 4, 373^b3-10.

8. De aspectibus, prop. 10, p.12. Cf. Theon's preface, in Euclide, L'Optique et la Catoptrique, tr. Paul Ver Eecke (Paris, 1959), pp.55-56.

9. De aspectibus, prop. 9, pp.11-12.

10. See Lejeune, op. cit., pp. 79-80.

11. On Ptolemy, see ibid., pp.81-83.

12. De aspectibus, prop. 11, pp.13-14: "Punctum autem non sentitur, quoniam longitudinem non habet neque latitudinem neque profunditatem. Quod autem longitudine et latitudine et profunditate caret, non sentitur visu." This point had been clearly stated by Aristotle in De sensu, chap. 7, 449^a21-22.

13. De aspectibus, prop. 13, p. 23: "Iam ergo exemplificavimus, qualiter quaeque pars corporis luminosi illuminet, quod ei obviat, scilicet a quo est possibile, et ad ipsum producat lineam."

14. This view appears most clearly in Epicurus, "Letter to Herodotus," in Diogenes Laertius, Lives of Eminent Philosophers, tr. R.D.Hicks, vol.2 (London, 1925), pp.577-79; see also Lucretius, De rerum natura, IV, 54-61.

15. The phrase is Harold Cherniss's, Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy (Baltimore, 1935), p.320.

16. Aristotel presents his theory of vision most fully in De anima, Bk. II, chap. 7, and De sensu, chaps. 2-3.

17. Alhazen's theory of vision will be analyzed more fully in my history of medieval and Renaissance theories of vision, now in preparation.

Т.Д. Столярова (СССР)

СТАТИКА НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ В IX-XI ВВ.

Рост национального самосознания и развитие культуры народов Среднего и Ближнего Востока за последние десятилетия привели к тому, что история их духовной жизни привлекла интерес не только узкого круга специалистов, но и широкой общественности.

В научной литературе долго бытовала точка зрения о чисто компилятивном характере арабской науки. Ей отдавалась главным образом роль передаточного звена, с помощью которого античное научное наследие попало в Западную Европу и стало затем предметом изучения ученых эпохи Возрождения. Теперь мы знаем, что это не так. Роль ученых средневекового Востока заключалась не только и не столько в передаче античного научного наследия (перевод и комментирование античных авторов были лишь начальными этапами в развитии науки этого периода), но и в разработке собственных оригинальных научных концепций.

В нашем исследовании предпринята попытка проследить на конкретном материале развитие механических концепций и исследований по статике, их разработку и трактовку в трудах ученых средневекового Востока и выявить значение творчества этих ученых в развитии механики средневековой Европы. Нами выявлен 51 трактат 38 ученых, а также 11 анонимных работ, сохранившихся в различных библиотеках мира.

Наиболее интересными нам представляются два трактата Сабита ибн Корры: "Отдельная глава о свойствах веса и его неравновесии" и "Книга о карастуне".

Целью "Книги о карастуне" является вывод теории рычажных весов с помощью геометрических предложений и теории отношений, применяющихся в 1 и 7 предложениях трактата. В первой части трактата Сабит ибн Корра, опираясь на динамический закон Аристотеля, доказывает закон рычага. С помощью этого закона он показывает, что два равных груза эквивалентны в два раза большему, подвешенному в середине отрезка коромысла между точками подвеса данных грузов. Далее он говорит, что любое число равных грузов, подвешенных к коромыслу весов на равных расстояниях, эквивалентно грузу, равному сумме этих грузов, подвешенных в середине отрезка коромысла между крайними грузами. Затем это положение обобщается на случай, когда грузов "бесконечно много", и, переходя затем к случаю равномерно распределенной нагрузки, ибн Корра приходит к выводу, что равномерно распределенная нагрузка, приложенная к отрезку коромысла, эквивалентна грузу, равному всей нагрузке, подвешенной посередине отрезка. Последняя задача по существу совпадает с задачей определения центра тяжести равномерно распределенной нагрузки, с математической точки зрения равносильна вычислению интеграла. Эту задачу ибн Корра доказывает строго математически с помощью метода исчерпывания, фактически вычисляя "нижние" и "верхние" интегральные суммы.

Ибн Корра рассматривает весы, одно плечо которых невесомо. На нем подвешен груз G , уравновешивающий другое плечо коромысла, отрезок BP которого представляет равномерно распределенную нагрузку. Смысл доказательств этой теоремы заключается в приравнении моментов сил равномерно распределенной нагрузки $\int P x dx$ и суммы этой нагрузки, приложенной в середине отрезка

$$P \cdot X_{II} P (X_P - X_k) = \frac{X_B + X_P}{2} \cdot P (X_{II} - X_B).$$

Хотя в структуре трактата ибн Корра следует античным образцам, полученные им результаты, несомненно, являются новыми.

Развивая идеи, изложенные в арабских обработках античных сочинений по механике, ибн Корра доказывает принцип неравноплечего рычага с помощью динамических соображений. Хотя задача об определении равнодействующей равномерно распределенной нагрузки равносильна задачам, решавшимся Архимедом, ибн Корра применяет к ее решению метод "верхних" и "нижних" интегральных сумм, которые Архимед применял иначе и к решению совершенно других задач. Весьма оригинально рассуждение ибн Корры, в котором он рассматривает актуально бесконечное множество грузов. Понятие актуально бесконечного множества было чуждо античной классической науке.

Знаменитый мыслитель восточного средневековья, философ, медик, химик и механик Абу-Бакр ибн Захария ар-Рази внес существенный вклад в теорию взвешивания. Ему принадлежит трактат о гидростатических весах состоящий из трех разделов.

Ал-Кухи и Ибн ал-Хайсаму принадлежат трактаты об определении центра тяжести. Они определяют тяжесть как силу, с которой тело движется к центру мира, причем сила эта считается присущей телу, а не привнесенной извне. Различие тел по их тяжести объясняется их различием по плотности, одинаковым и по силе тяжести считаются те тела, которые обладают одинаковой плотностью, размерами и формами. В их сочинениях рассматриваются движение тяжелых тел в жидкости, также учитывается поверхность соприкосновения тела с жидкостью.

В этих сочинениях положения статики, разработанные в трактате Архимеда "О равновесии плоских фигур", распространяются на пространственные тела произвольной формы. Так же как и в "Книге о карастуне" ибн Корры, для решения чисто статических проблем применяется динамический закон движения Аристотеля.

Важнейшей заслугой механиков Ближнего и Среднего Востока IX-XI веков является существенное развитие учения о весах и статике. Наиболее выдающийся из этих механиков Сабит ибн Корра применил к решению задач статики как античный метод исчерпывания, так и чуждую античной науке идею актуальной бесконечности. Позднее ученые Востока применяли к решению задач статики как античную теорию отношений, так и созданную ими на средневековом Востоке алгебру. Для исследований по статике ибн Корры, Ибн ал-Хайсама и ал-Кухи характерно систематическое рассмотрение движения и применение динамических принципов.

В их работах классические результаты Архимеда о равновесии плоских фигур распространены на пространственные тела, а классическая теория невесомого рычага дополнена теорией весомого рычага, необходимой для практического применения рычажных весов. Чрезвычайно важны для истории механики утверждения Ибн ал-Хайсама, ал-Кухи и ал-Бируни о том, что все без исключения тела падают к центру земли.

Естественно поставить вопрос о причинах особого развития статики в странах Ближнего и Среднего Востока.

Развитие денежного обращения и торговли, как внутренней, так и международной, требовало постоянного совершенствования методов взве-

шивания и системы мер и весов. Это и обусловило особое развитие науки о взвешивании и разработку многочисленных конструкций различных видов весов. Развитие же науки о простых машинах и их комбинациях было обусловлено необходимостью совершенствования техники перемещения грузов и (это особенно важно для стран Среднего и Ближнего Востока) ирригационной техники, которая требовала конструирования механизмов для подъема воды.

Уже такое предварительное исследование показывает, что IX-XI века представляют собой важнейший период в развитии как теоретических, так и практических вопросов статики, имевший исключительно большое значение для развития науки как на Востоке, так и впоследствии в Западной Европе.

S. Pines (Israël)

LA PLACE FAITE AUX MATHÉMATIQUES DANS
LA PHILOSOPHIE DU MOYEN ÂGE

Dans le cadre du système de pensée dont les doctrines ou du moins les structures dérivent d'Aristote le rapport existant entre les sciences mathématiques et la physique présente un problème et donne lieu à une équivoque, qui ont été souvent discutés par des auteurs médiévaux disciples ou critiques du Philosophe.

Dans la présente communication je traiterai de façon nécessairement très sommaire de certaines de ces observations et prises de position; je toucherai également plus brièvement encore à l'analogie et aux appartenant aux 17^e et 18^e siècles.

On sait que selon Aristote - du moins il s'exprime ainsi dans certains passages¹⁾, qui ont, en règle générale, déterminé les prises de position de ces disciples - les objets des mathématiques (loin d'avoir comme le supposaient les platoniciens une existence propre, sur un plan ontologique supérieur à celui où se situe le monde des physiques) ne sont que des abstractions. Ce qui veut dire que pour pouvoir traiter de ces objets, le mathématicien doit éliminer les qualités sensibles des choses, poids ou légèreté, chaleur ou froid etc.²⁾; seuls restent le quantitatif, le continu et ce qui dans les choses tient à ces caractéristiques.

A quel point et de quelle manière les mathématiques telles que le Philosophe les conçoit ont elles prise sur le monde physique? Question qui ne semble pas être formulée nettement chez Aristote, mais qui à partir de ses doctrines se posera, après lui, et parfois sans ambiguïté. Le problème que - nous y arrêtons plus particulièrement dans le contexte de la théorie aristotélicienne du lieu - présente l'espace euclidéen en fait partie.

Après ces remarques préliminaires jetons un coup d'oeil sur certaines positions des philosophes médiévaux - dont les doctrines prolongent par ailleurs, souvent, celles des commentateurs grecs du Corpus Aristotelicum.

Pour commencer je citerai quelques passages qu'on rencontre dans des textes philosophiques arabes. Chez al-Kindi dans le Livre concernant la philosophie première³⁾ on trouve la remarque que voici:

"Ainsi toute (chose) naturelle est matérielle. En conséquence il est impossible, (lorsqu'il s'agit) de découvrir les choses naturelles, d'employer (la méthode de) recherche mathématique (littéralement: propédeutique: riyadi), puisque celle-ci est propre à ce qui n'a pas de matière... Celui qui l'emploie dans l'investigation des (choses) naturelles, s'égare et ignore la vérité⁴⁾".

Chez Avicenne, dans Kitab al-Najat⁵⁾ on trouve une opinion apparentée; elle dénie aux sciences mathématiques la faculté de traiter des choses qui existent dans le monde extérieur:

"Dans le domaine de la quantité continue commence la géométrie et en dehors d'elle, se constituent en tant que ramifications, l'astronomie, la mensuration, (la science) des poids et (cette) des inventions ingénieuses⁶⁾. Dans le domaine de (la quantité) discontinue commence l'arithmétique (al-hisav), et en dehors d'elle, se constituent en tant que ramifications la musique et la science des tables astronomiques⁷⁾. Ces sciences mathématiques (riyadiyya) ne sont pas (habilitées) à porter leur regard ni sur les essences des choses (faisant partie) des sub-

stances matérielles (al-jawahir) ni sur les quantités (dont il a été question) au point de (la substance de) celles-ci dans les substances⁸⁾.

Cet interdit qui tend à empêcher la mathématisation des sciences naturelles s'expliquent sans aucun doute dans une grande partie⁹⁾ par le fait que les objets des mathématiques, les nombres, les figures géométriques et stéréométriques - que ne sousentend pas l'espace tridimensionnel dont Aristote¹⁰⁾ nie la réalité - sont tenus dans la philosophie péripatéticienne pour des abstractions¹¹⁾.

Il s'ensuit que le point de vue et les méthodes du mathématicien n'ont pas de validité pour le physicien, qui prétend connaître du monde réel, dont ces abstractions sont tirées¹²⁾.

Notons dès maintenant que cette différence fondamentale d'approche et de point de vue posée par les Aristotéliens arabes et latins entre la physique et les mathématiques a suscité de graves difficultés; entre autre celles qui dérivent du fait que selon la classification médiévale l'optique¹³⁾, la science des poids et, ce qui dans ce contexte importe le plus, l'astronomie (science qui se basant sur des observations, veut rendre compte des mouvements apparents des sphères célestes, mais ne s'intéresse par nécessairement à la nature de celles-ci) font partie des sciences mathématiques - tout en étudiant des phénomènes appartenant, de façon évidente, au monde physique, et qui par conséquent doivent aussi être pris en charge par de tout autres disciplines. D'où la possibilité de conflit. C'est ainsi que s'explique la grande querelle qui a opposé quelques philosophes aristotéliens arabes, Averroès par exemple, aux astronomes partisans de Ptolémée.

Passons maintenant à un autre sujet, mais qui se situe dans le même complexe de problème. Plus haut j'ai fait allusion à la connexion qui semble exister entre la conception qui veut que les mathématiques - en l'occurrence il s'agit de la géométrie et de la stéréométrie - soient des sciences abstraites (donc étrangères à

la physique) et la doctrine aristotélicienne du lieu. En effet cette doctrine dénie à l'espace tridimensionnel, celui d'Euclide, toute existence physique indépendante; dans cet ordre d'idées elle ne reconnaît d'existence qu'aux dimensions des corps. Cependant quelques philosophes ou savants ont pris le contre-pied de cette théorie; ainsi le médecin Abu- Bakr al-Razi (le Rhazes des Latins) abu'l-Hasan Ibn al-Haytham dit Alhazen, - c'est l'un des fondateurs de l'optique - et Abu'l-Barakat al-Baghdadi (m. après 1164). Tous les trois se proclament partisans d'une conception qui suppose l'existence d'un espace tridimensionnel, et qui est indépendante des corps qui le remplissent.

Al-Razi l'appelle, comme le fera Newton, l'espace absolu et considère - c'est également l'avis d'Abu'l-Barakat - qu'il est infini. Je ne puis ici entrer dans le détail de ces trois théories qui sont assez divergentes. Un seul point nous y intéresse; l'explication épistémologique ou psychologique qu'elles fournissent de l'origine de la notion d'espace dont il s'agit.

Al-Razi¹⁴⁾ paraît baser sa théorie concernant l'espace sur le wahm, c'est-à-dire la faculté estimative des scolastiques - dans la psychologie arceennienne elle remplit quelques fonctions - qui revient dans d'autres doctrines à l'imagination. D'autre part, pour soutenir la thèse d'après laquelle, contrairement à la doctrine aristotélicienne, l'espace est infini il fait appel aux convictions des gens simples, qui n'ayant pas l'esprit embrouillé par des discussions savantes, ont gardé leur spontanéité native (badiha). D'après al-Razi, l'intelligence (aql) de ceux-ci leur témoigne de l'existence hors des limites du monde d'une étendue - dont al-Razi ne précise pas le caractère, Il semble que, dans la pensée d'al-Razi, la conclusion de la pensée intellectuelle ne fait qu'un avec l'évidence que fournit la spontanéité innée, Notons que dans un contexte analogue il fait comme pour la notion d'espace, appel à la faculté estimative (lu à l'imagination).

Ibn al-Haytham, lui, suppose un vide imaginaire (khala' mutakhayyal), qui est rempli par le corps qui s'y trouve. Ce sont

des dimensions immatérielles, conception combattue par les Aristotéliciens. Telle qu'elle est définie dans la risalat al-makam, elle semble frappée d'une ambiguïté fondamentale. Elle y apparaît, en effet, comme le produit de l'imagination et, par conséquent, on ne sait s'il s'agit d'un fait physique, ou seulement d'une notion mathématique.

Selon Abu'l-Barakat¹⁵⁾, la notion, antérieure dans l'esprit à celle du plein d'une étendue tridimensionnelle, vide en elle-même, et que remplissent les corps, est connue par une science innée (maftur). De même que cette notion, la certitude qui veut qu'au-delà de toute limite, il existe quelque chose, le vide ou le plein, peut, selon Abu'l-Barakat, être attribuée à l'intellect ou la faculté estimative¹⁶⁾. Peu lui importe, d'ailleurs, cette thèse est vraie puisqu'elle a un caractère a priori ('ala awwaliyyatiha).

En ce qui concerne certaines de ces affirmations on peut prouver qu'Abu'l-Barakat n'a guère innové; car, pour ne citer qu'un seul argument, elles sont déjà combattues par Avicenne, qui lui est antérieur. Ainsi Avicenne mentionne le concept - qu'il rejette - d'une étendue connue par une science innée (maftur). Il semble également attribuer à des adversaires, qui acceptent une conception de l'espace proche de celle d'Abu'l-Barakat, une opinion d'après laquelle cette conception a son origine dans une disposition innée intellectuelle et estimative. Lui, par contre, considère qu'elle relève uniquement de (la faculté estimative)¹⁷⁾. Il est, par ailleurs, d'avis qu'en adoptant la notion d'espace infini, la faculté estimative suit l'imagination¹⁸⁾.

Ainsi se poursuit dans l'Islam médiéval entre Aristotélicie plus ou moins fidèles et les autres un débat au sujet de la notion d'un espace tridimensionnel et infini¹⁹⁾, notion qu'on prétend être une donnée a priori de l'esprit humain, et qui, selon certains, ressortit à l'imagination. Il s'agit de savoir si elle a un répondant dans le monde de la physique.

Il ne semble pas que les problèmes se posent chez les scolastiques latins d'une façon très différente de celle qu'on rencontre chez les philosophes islamiques, dont je m'occupe plus particulièrement. Selon les premiers également les mathématiques sont - il n'en pouvait être autrement, puisque ce sont des aristotéliens - une science de l'abstraction; ainsi, par exemple, Thomas d'Aquin, *Expositio sur la Métaphysique*, III, 14, 516. D'après le même auteur (op. cit. VII, 10, 1494 seq.) les lignes et les figures mathématiques sont conçues par l'imagination (*phantasia, imaginatio*).

Dans l'*Expositio sur la Physique*, (III, 7, 341) Thomas d'Aquin fait entre autres observer que les grandeurs mathématiques, qui sont constituées par l'imagination paraissent être infinies, parce que, quelle que soit la grandeur donnée, on peut en imaginer une qui la dépasse. De même il semble qu'il existe en dehors du ciel un espace infini, puisqu'on peut l'imaginer.

Au 14^e siècle Thomas Brudwardine parle du lieu ou vide imaginaire infini qui existe, hors du monde et où Dieu est nécessairement présent²⁰). On peut multiplier ces citations.

Pour terminer quelques mots - des notations pour une étude à faire - sur les antécédents d'un système de pensée appartenant à l'époque dite moderne. Il me semble en effet, que si l'on considère dans une perspective médiévale une des doctrines fondamentales de Kant on peut situer celle-ci d'une façon qui paraît assez probable, relativement à la tradition philosophique classique et médiévale. Bien entendu, la recherche des filiations, des sources et des influences ne fait pas partie de mon propos.

Partons de la révolution scientifique qui a eu lieu au 17^e siècle ou à ses abords.

Si l'on part des classifications médiévales, cette révolution peut être conçue comme le remplacement de la physique telle que l'entend Aristote, par les sciences mathématiques dont quelques - unes sont des disciplines traditionnelles, astronomie, optique et

d'autres encore. Désormais, ces sciences, qui avaient été censées relever de l'imagination et porter sur des objets abstraits de la réalité, passent pour être celles qui, pour se servir d'une image employée par Galilée, permettent de lire dans le livre de la nature. C'est grâce à ce changement d'attitude que Descartes peut dire: toute ma physique n'est qu'une géométrie. La notion d'un espace tridimensionnel et infini, celui qui sert de support à la géométrie euclidéenne tend à acquérir, elle aussi, un nouveau statut. Pour Newton, cet espace ("l'espace absolu") loin d'être "imaginaire" est un fait physique (et, en plus, théologique); son système de la nature est fondé en partie sur cette conception²¹). Celle-ci, on le sait, est rejetée par Leibnitz, chez qui une réaction se dessine. Comme les Aristotéliens il met en cause l'imagination de ceux qui ont eu cette notion: "Ce sont des imaginations des philosophes à notions incomplètes, qui se font de l'espace une réalité absolue. Les simples mathématiciens qui ne s'occupent que de jeux de l'imagination sont capables de se forger de telles notions; mais elles sont détruites par des raisons supérieures²²)".

La position de Kant est très différente, mais il y a un point de ressemblance. Contrairement à Leibnitz, il accepte en gros la physique de Newton, et, entre autres, la conception d'un espace séparé et infini, "absolu". Mais, à son sens, cet espace n'est pas un fait physique. Dans un passage, il l'appelle l'espace "pur" (et de même le temps "pur") un être imaginaire, ens imaginarium²³). Cette expression, qui aurait pu figurer chez Leibnitz, répond assez à la doctrine des aristotéliens médiévaux. Seulement lorsque ceux-ci parlent d'un espace imaginaire, ils veulent en général signifier que cette conception à laquelle rien ne correspond dans le monde réel, n'a que faire avec la physique.

Selon Kant, par contre, la notion de cet être imaginaire, qui pourrait être empruntée à la tradition philosophique du moyen âge, est l'une de celles qui constituent les fondements de la science de la nature.

NOTES

- 1) Cf. par exemple Mét., III, 2, 193b 31ff.; X, 3, 1061a 28ff;
De Anima, III, 7, 431b 12ff. Parfois, des conceptions platoniciennes concernant les mathématiques surnagent chez Aristote. Dans ce domaine comme dans d'autres il est facile de trouver chez lui des inconséquences et des contradictions.
- 2) Mét., X, 3, 1061a 28ff.
- 3) Voir Rasa'il al-Kindi al-falsafiyya, éd. M.A. Abu Rida, Le Caire, 1950, p.111.
- 4) Dans un autre écrit, intitulé Epître (traitant) de la quantité des livres d'Aristote et de ce dont on a besoin pour arriver à connaître la philosophie al-Kindi affirme (al-rasa'il al-falsafiyya p.378) que celui qui ne connaît pas les quatre sciences auxquelles s'applique les termes propédeutiques ou mathématiques (al-eriyadat wa'l-ta'alim) soit (la science du) nombre (celle de) la mensuration (misuha), l'astronomie (al-tanjim) et (la science) de) la composition (al-eta'lif) ignore la science de la quantité et celle de la qualité; il ignore (de même) la science de la substance qui ne subsiste (?) que par l'intermédiaire des deux dernières sciences. Or celui qui ignore la science de la quantité celle de la qualité et celle de la substance, ignore la science de la philosophie. Auparavant (p.377) al-Kindi expose qu'il existe deux arts (sina'atan) partant de la quantité: l'art du nombre traite des quantités séparées ainsi que de leur addition et soustraction. La science de la composition traite des rapports subsistant entre les nombres; elle a pour objets les relations entre des quantités. Selon lui, il existe également deux sciences portant sur la qualité. 1) La science traitant de la qualité immobile soit la science de la mensuration ou la géométrie 2) et la science (traitant) de la qualité qui se meut, soit la science de l'arrangement de l'univers selon la forme (extérieure) et le mouvement... soit l'astronomie ('ilm al-tanjim). Entre autres

al-Kindi fait remarquer que dans l'astronomie (la science) du nombre s'allie à celle de la mensuration et que dans (la science de) la composition se combinent toutes les trois autres sciences: celle du nombre, celle de la mensuration et l'astronomie.

Dans le passage cité dans le texte, al-Kindi récuse l'emploi de la méthode mathématique dans les sciences naturelles; cette prise de position ne contredit pas forcément l'assertion qu'il fait dans le passage dont il vient d'être question et d'après laquelle l'étude des sciences philosophiques présuppose la connaissance des mathématiques. Cependant, les deux affirmations dont il s'agit se rencontrent l'une dans le Lire concernant la première philosophie et l'autre dans l'Epître traitant de la quantité des livres d'Aristote. En principe, étant donné le caractère éclectique de la philosophie d'al-Kindi il ne serait pas impossible que les tendances de ces deux écrits divergent quelque peu. Notons toutefois que ceux-ci semblent être d'accord sur un point essentiel qui ressortit à la philosophie du nombre. En effet, dans le Lire concernant la première philosophie al-Kindi fait la remarque suivante (p. 147): Ne faites pas la transition de notre terme: l'un à la hylé de l'un, je veux dire la matière ('Unsur) qui existe dans l'un, et ainsi devient (?) un. Car c'est là un existant et non pas l'un. Et ce qui se compose de ces (existants) ce sont les (choses) nombrées (ma'dudat) et non pas les nombres (littéralement: le nombre; al-'adad). Ainsi nous disons: cinq chevaux. Or les chevaux sont nombrés par "cinq", qui est un nombre (dénué) de matière." Il me semble que cette doctrine concorde avec la thèse suivante qui se trouve dans l'Epître d'al Kindi traitant de la quantité des livres d'Aristote: (p.377) "Si le nombre n'existait, n'y aurait pas de nombre". Cette dernière thèse semble être attaquée par Averroès, qui dans son Grand Commentaire sur la Métaphysique (Tafsir ma ba'd at-tabi'at, éd. M.Bouyges, III, Bey-

routh 1948, pp. 1287-1288) fait observer: "Certains (ou: un certain homme) considèrent que ... de même (cette) multiplicité qu'on (peut) indiquer est devenue multiplicité de par la multiplicité numérique. Ainsi (ces) deux choses qu'on (peut) indiquer sont devenues deux de par la dualité (ou dyade) numérique. Pour soutenir cela ils se servent de la (thèse suivante) formulée par quelqu'un d'autre (ou - quelques autres) avant (?) eux: naturellement le nombre est antérieur aux (choses) nombrées et (de même) l'unité numérique, aux (choses) unifiées". La "thèse" qui est citée à la fin du passage est celle d'al-Kindi. Mais nous ne savons si c'est ce dernier ou quelqu'un d'autre qui est visé par Averroès. La doctrine d'al-Kindi sur le nombre et le nombre présente une certaine ressemblance avec une théorie de Thabit Ibn Qurra, (m. en 900), dont j'ai essayé de montrer la tendance platonisante (voir S.Pines, Thabit B.Qurra's conception of Number and Theory of the Mathematical Infinite, Actes du XIe Congrès International d'Histoire des Sciences, Varsovie-Cravovie 1965, p.161 seqq.).

- 5) Ed. Le Caire 1331h, p. 339.
- 6) Hiyul, mekhanai.
- 7) Ou astrologiques: zijat.
- 8) Les phrases qui suivent ce passage traitent de la "science naturelle" qui, elle, a pour objet les corps et les formes non séparées et ne se confine pas par conséquent, à ce qui est quantitatif: en effet, des phénomènes relevant d'autres catégories: la qualité, le lieu, la situation, l'action et la passion, sont également examinés dans les recherches qui sont faites dans le cadre de la science en question. Dans un autre écrit, Al-risala fi aqsam al-'ulum al-'aqliyya (Voir Ibn Sina, Tis'Masa'il, Le Caire 1908, pp.105-107) Avicenne compte trois divisions des sciences théorétiques: 1) La science naturelle, qui est la plus basse: elle traite des choses qui en ce qui concerne leurs définitions aussi bien que leur existence requièrent la

matière corporelle et au mouvement; 2) la science mathématique, qui est intermédiaire: elle traite de choses dont l'existence se rattache à la matière et au mouvement, mais dont les définitions ne requièrent pas ceux-ci; et, finalement 3) la science la plus haute, qui est la métaphysique (al-'ilm al-ilahi), dont les objets sont immatériels. Cette hiérarchie, où les mathématiques se situent à un échelon supérieur à celui de la physique, semble être de tendance platonicienne.

- 9) Et même chez des philosophes qui ont une forte teinture de néoplatonisme.
- 10) Qui en physique reconnaît seulement l'existence d'un lieu (topos) bidimensionnel, dont l'existence est fonction de celle des corps; car il est "la limite du corps enveloppant".
- 11) Cf. par exemple Dominicus Gundisalpinus, De Divisione Philosophiae, éd. L.Baur, Münster 1903, pp. 31 et 34.
- 12) Averroès, qui suit Aristote, s'exprime au sujet des objets des mathématiques, qui diffèrent, selon lui, de ceux de la science naturelle, de la façon suivante: cette science (les mathématiques) traite des choses qui ne sont pas mêlées à la matière; si elle traite des autres, ce n'est que sous le rapport où celles-ci ne sont pas mêlées à la matière. Cf. Averroès, op. cit., p.51.
- 13) Qui selon Ibn al-Haytham, est une science à la fois mathématique et physique.
- 14) Voir P.Kraus, Abi Bakr... Raghensis (Razia Opera Philosophica), Le Caire 1939, p.306; S.Pines, Beiträge zur Islameschen Atomlehre, Gräfenhainichen 1936, p.55.
- 15) Voir S.Pines, Nouvelles Etudes sur Awhad al-Zaman Abu'l-Barakat al-Baghdadi, Paris 1955, 16 seqq.
- 16) Wahm vpor supra et Pines, op. cit., pp. 47 seqq. Un terme proche, à savoir tawarhum est identifié par al-Kindi à fantasiya, c'est-à-dire la phantasia grecque.
- 17) Avicenne, Kitab al-Shifa', lithographie de Téhéran, I, p.66.

- 18) Avicenne, op. cit., I, p.65. D'après les R.Ikhwān al-Safa' éd. Le Caire 1929, II, 9, la notion, fautive, d'une étendue (fada') tridimensionnelle est le produit d'une abstraction due à la faculté cogitative. D'après Averroès (op. cit., I, p.47) c'est la prépondérance de l'imagination qui fait que certaines personnes sont incapables d'accepter des thèses démontrées, celle, par exemple, qui affirme que hors du monde il n'y a ni le vide ni le plein.
- 19) Ibn al-Haytham ne parle pas de son infinitude.
- 20) Voir A.Koyré, Archives d'histoire doctrinale et littéraire du moyen âge, 1949, p. 82.
- 21) Newton considère que le fait que nous puissions concevoir clairement un espace séparé des corps tend à prouver la réalité physique de celui-ci (voir A. Koyré, Etudes newtoniennes, Paris 1968, p.109). Sur des idées similaires de philosophes islamiques, voir supra.
- 22) Voir la Ve lettre à Clarke; cf. aussi la IIIe lettre.
- 23) Voir Die Kritik des Reinen Vernunft, 2e édition, p. 347. C'est le seul passage, semble-t-il, où Kant appelle ainsi l'espace et le temps purs; mais il n'en est pas moins significatif. L'expression n'est certainement pas employée au hasard. L'interprétation d'après laquelle Kant à un certain stade de sa pensée prêtait à l'imagination une fonction bien plus grande que celle qu'elle est censée avoir dans la 2e édition de la Critique de la raison pure me semble probable. Cette interprétation considère que, dans l'esprit de Kant, la faculté en question avait une connexion étroite avec les deux formes de la perception pure, l'espace et le temps.

М. Шерматов (СССР)

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ В ТРУДАХ КУТБЭДДИНА АШ-ШИРАЗИ

Махмуд ибн Мас^С уд Кутбэддин аш-Ширази (1236–1311), уроженец Шираза, один из выдающихся ученых средневекового Ближнего и Среднего Востока, долгое время работавший в Марагинской обсерватории Насирэддина Туси. Ему принадлежат труды, относящиеся к различным областям науки, в том числе физики и астрономии.

В настоящее время нам известны около 20 названий его научных трудов, из которых 10 работ посвящены вопросам математики, физики и астрономии, а остальные относятся к литературе, философии, медицине и музыке. Среди астрономических трудов аш-Ширази его "Шахский подарок по астрономии" (Ат-Тухфат аш-шахийа фи-л-хайат) [1] и "Граница познания в постижении небесных сфер" (Нихайат-ал-идрак фи дирайат-ал-афлак) являются наиболее фундаментальными работами, изучение и оценка которых представляет большой интерес в области историко-астрономических исследований. Мы располагаем микрофильмами рукописей этих трудов, полученными из Лейденской университетской библиотеки.

Изучение этих трудов показывает, что аш-Ширази наряду с чисто астрономическими вопросами уделял много внимания физическим явлениям, происходящим в земной атмосфере. Как известно, изучение и знание физических процессов в атмосфере Земли имеет важное значение для астрономической науки, так как от состояния атмосферы и данных астроклимата зависят многие результаты астрономических наблюдений. Поэтому многие ученые обращали внимание на физические явления, происходящие в атмосфере. Например, еще Птолемей (ок. 87–165 н.э.) рассматривал атмосферную рефракцию и дал объяснение этого явления. В трудах среднеазиатского ученого Бируни (973–1048) довольно обстоятельно излагаются вопросы метеорологии.

Аш-Ширази прежде всего вводит понятие "сферы воздуха и ветра", совпадающее с современным понятием атмосферы. Аш-Ширази говорит, что земной шар окружен газовой оболочкой, которая в свою очередь подразделяется на два основных слоя, которые по своему составу и плотности сильно отличаются друг от друга. Об этом аш-Ширази в четвертом параграфе второй главы своего труда "Шахский подарок по астрономии" пишет: "Сфера воздуха и ветра состоит из смеси различных газов, а также частиц земного происхождения. Ближе к поверхности Земли располагаются наиболее плотные слои сферы воздуха и ветра; околоземные слои по своему составу наиболее неоднородны. В них встречается очень большое количество влаги, пыли, копоти и других частиц во взвешенном состоянии. Все случайные явления, такие, как тучеобразование, ветер, гром и молния, и некоторые другие, происходят именно в этих плотных слоях воздуха... Высокие слои воздуха совершенно свободны от частиц пыли и влаги и по своему составу более или менее однородны. Лучи Солнца и звезд свободно пронизывают

прозрачный воздух и не воспринимаются им... И поэтому наблюдатель, находящийся на большой высоте, должен видеть темноту над собой [1, л. 11].

Аш-Ширази, изучая многочисленные физические явления в атмосфере, пришел к выводу, что верхняя граница прозрачного слоя атмосферы лежит на высоте 150 миль, а нижняя — на высоте 17 фарсах от поверхности Земли, т.е. в пределах от 95 до 300 км, если учесть, что одна арабская миля содержит 1972 м, а один фарсах равен 5419 м. Если сравнить высказывания аш-Ширази с современными данными, то становится ясным, что по вопросу об аэрозольном составе земной атмосферы и его высотному распределению он стоял на вполне правильной позиции, хотя в то время он мог пользоваться довольно простыми измерительными и наблюдательными приборами.

В настоящее время при помощи ракет и искусственных спутников Земли получены достоверные данные о химическом составе и плотности атмосферы в пределах довольно больших высот. Изменение плотности с высотой можно проследить по нижеприводимым данным

Высота в км	3	100	150	400	700	1500
Плотность в г/см ³	10^{-3}	10^{-3}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-16}	10^{-18}

Отсюда можно заключить, что на высоте порядка 400 км плотность падает в 10^{11} раз, так что это практически — безвоздушное пространство, по аш-Ширази же верхний потолок земной атмосферы находится на высоте порядка 300 км, что весьма близко к истине.

Как известно, высотное распределение плотности атмосферы исследуется различными методами измерений и наблюдений. В настоящее время установлено, что изменение плотности атмосферы зависит от ее температурного состояния, а оно в свою очередь — от активности Солнца. С изменением солнечной активности меняется процесс теплообмена и диффузии в атмосфере, в результате чего плотность атмосферы в различных слоях может изменяться. Торможение искусственных спутников Земли показало, что атмосфера Земли простирается на высоте порядка 1000 км, хотя ее плотность на таких больших высотах составляет ничтожную величину.

Некоторые физические процессы, происходящие в земной атмосфере, аш-Ширази исследует оптическими методами. Поэтому он в своих астрономических трудах много внимания уделял вопросам атмосферной оптики. Этой теме посвящены девятая глава третьей книги "Границы познаний", четвертый параграф второй главы и десятый параграф третьей главы "Шахского подарка по астрономии". Остановившись на физической природе голубого цвета неба, он пишет: "Нижние слои атмосферы более восприимчивы к свету, чем прозрачные слои, так как в них имеются частицы земного происхождения и воды; и лучи солнца при прохождении отражаются в них" [1, лист 11 об.]. Примечательно то, что аш-Ширази цвет неба связывает именно с нижними слоями земной

атмосферы и приходит к выводу, что голубой цвет — это результат отражения солнечных лучей на частицах пыли и влаги, находящихся в приземных слоях воздуха. Конечно, в эпоху аш-Ширази не могли быть и речи о волновой природе света, явление рассеяния света в мутных средах детально было изучено Тиндалем и рядом позднейших исследователей и теоретически обосновано Рэлеем только во второй половине XIX века. Как показал Рэлей, частички неоднородностей, находящихся во взвешенном состоянии в мутной среде, превращаются в центры рассеивания световых волн, и интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины его волны. Следовательно, наибольшее рассеяние претерпевает коротковолновая часть спектра, в результате чего среда окрашивается в голубой цвет, если через нее проходит белый свет. Первоначально Рэлей искал причину рассеяния света атмосферой в наличии мелких частиц, ее запыляющих; в дальнейшем он пришел к выводу, что молекулярная структура воздуха достаточна для рассеяния света, так как в результате теплового движения молекул воздуха может образоваться достаточное число отдельных сгустков молекул (флуктуации плотности), которые превращаются в центры рассеяния света. Далее следует сказать, что на больших высотах плотность атмосферы весьма мала и вероятность образования флуктуаций плотности близка к нулю, следовательно, там практически, никакого рассеяния света не происходит. Поэтому наблюдатель видит над собой темноту, о чем говорил аш-Ширази, и это подтверждается более поздними исследованиями.

В заключение следует отметить, что именно в трудах аш-Ширази мы впервые видим изучение астрономических явлений в связи с физическими процессами в земной атмосфере. Поэтому полное исследование трудов аш-Ширази представляет большой интерес для историков науки.

Литература

1. Кутбэддин аш-Ширази. Шахский подарок по астрономии. Рукопись на арабском языке, Лейденская университетская библиотека (Нидерланды), Cod. or. 192.

Е. Джаныбеков (СССР)

МУЗЫКАЛЬНАЯ АКУСТИКА У АЛЬ-ФАРАБИ

Абу Наср аль-Фараби (870–950) — ученый-энциклопедист средневековья — оставил богатейшее наследие. Хотя исследование наследия аль-Фараби имеет многовековую историю, но по единогласному мнению крупнейших историков арабской науки и философии научные труды аль-Фараби изучены далеко не полностью, в частности почти не изучены его физические труды.

В трудах аль-Фараби рассмотрены различные вопросы физики того времени, в частности музыкальной акустики.

К числу сочинений аль-Фараби, посвященных вопросам музыкальной акустики, принадлежат: "Большая книга музыки", "Книга о классификации ритмов", "Рассуждение о музыке", а отдельные вопросы музыкальной акустики затрагиваются в его трактатах: "Классификация наук" и "О происхождении наук".

Трактат "Большая книга музыки" (Китаб аль-мусика аль-Кабир) является одним из наиболее фундаментальных трудов аль-Фараби.

Во введении аль-Фараби указывает, что изложение науки о музыке следует начинать с изучения принципов, заимствуемых этой наукой из физики. В этом трактате уделяется значительное место изложению представлений аль-Фараби о естественнонаучных предпосылках науки о музыке.

В музыкальной акустике, как известно, изучаются вопросы распространения и возбуждения звуков, применяемых в музыке, а также вопросы звуковысотной структуры музыки.

Рассматривая возникновение звука при соударении твердых тел с твердыми, твердых с жидкими и твердых с газообразными, аль-Фараби подходит к пониманию упругих свойств тел. Он пишет, что некоторые тела не оказывают сопротивления усилию, приложенному к ним со стороны других тел, т.е. являются неупругими, другие же тела сопротивляются удару, причем частицы этих тел, по мнению аль-Фараби, сжимаются. Аль-Фараби считает, что звук порождается именно упругими телами. Он пишет, что частицы воздуха при соударении двух тел "сжимаются с большей силой и вплотную примыкают друг к другу", что и является причиной звука. Среди всего многообразия звуков аль-Фараби выделяет звуки непрерывно длящиеся в течение известного времени; таковы звуки музыкальных инструментов — струнных и духовых; также звуки он называет тонами. Аль-Фараби отмечает, что музыкальный тон порождают "тела, способные к колебаниям".

Наиболее характерным признаком музыкальных звуков аль-Фараби считает их "высоту" или "низкость". Здесь аль-Фараби еще не дает законов колебания струны и не определяет понятие частоты, но он стремится путем эксперимента и расчета упорядочить практические знания музыкантов, касающиеся связи высоты звука с длиной, натяжением и толщиной струны. Аль-Фараби пишет: "Укорачивая струну, получаем высокий звук, натягивая ее сильнее, тоже получаем высокий звук". В последнем случае он вычисляет толщину струны с помощью ее удельного веса, он пишет: "Между ступенью тона и толщиной и способностью к растяжению струны существует известное соотношение, которое можно установить между толщиной и весом тела". Соотношение, указываемое аль-Фараби, можно выразить формулой $d = \frac{P}{V} = \frac{P}{Sl}$, где d — удельный вес, P — вес струны, V — ее объем, S — площадь сечения, l — длина струны. Зная удельный вес d , вес струны P и ее длину l , определяем сечение S . Чем тоньше струна, тем выше звук, а чем толще струна, тем звук ниже. Рассчитав сечение струны при равных натяжениях, аль-Фараби сравнивал звуки двух струн равной толщины и показав, что соотношение между двумя тонами при этом таково же,

как между длинами струн. Это наблюдение впоследствии изучалось и проверялось многими акустиками, и, наконец, в трудах Мерсенна, Совера и Тэйлора вопрос о влиянии толщины струны на частоту звука был решен окончательно.

Изучение звучащей струны позволило аль-Фараби вплотную подойти к пониманию частоты колебаний, изменения которой приводят к изменению высоты звука. Он пишет: "Самый низкий звук получится на струне наиболее длинной, движения которой будут наиболее замедленными. Самая короткая струна даст наиболее высокий звук, так как движение ее самое ускоренное. Если связать эти "наиболее замедленные" и "наиболее ускоренные" движения с представлением аль-Фараби о последовательных толчках колеблющегося тела, то до понимания частоты колебания остается только один шаг.

Возвращаясь к вопросу о высоте звука на духовых инструментах, аль-Фараби устанавливает целый ряд интересных количественных соотношений между высотой звука и другими параметрами, характеризующими данный инструмент. Аль-Фараби в этой книге прямо указывает на то, что высота звука (y) для инструментов зависит от следующих физических параметров: от расстояния, отделяющего точку, откуда выходит воздух, до точки, через которую он поступает внутрь инструмента (h), от диаметра трубки, проводящей воздух (D), от поверхности отверстий (d^2), а также от степени гладкости или шероховатости стенок воздухопровода (γ) и от интенсивности импульса (F).

Зависимость y от этих параметров можно записать в виде $y = K \frac{\gamma F}{Dd^2} h$.

У аль-Фараби имеются определенные, хотя и не во всем верные, представления о музыкально-звуковом диапазоне.

Очень отчетливо и точно у аль-Фараби дано определение понятия музыкального интервала. Он пишет, что если два звука имеют различную высоту, то по "высоте и низкости" их будет определять некоторое расстояние, являющееся мерой избытка высоты первого тона по отношению ко второму. Это расстояние и называется музыкальным интервалом. Это определение выглядит вполне современным. Совершенно определенное представление аль-Фараби имеет о силе, которую необходимо приложить к звучащему телу, прежде чем возникает звук.

В акустике аль-Фараби имеется понимание важности психо-акустического параметра звука — тембра, которым аль-Фараби характеризует вокальную музыку, исполняемую в сопровождении какого-нибудь инструмента. Он пишет, что звук при этом "обладает более богатым, более обширным, более сверкающим... звучанием". Далее аль-Фараби говорит об отборе инструментальных тембров, отмечая, что "последующие художники выбрали среди природных или искусственных тел те, которые давали им звуки с наибольшей степенью совершенства".

Аль-Фараби еще не знает явления резонанса, однако первые наблюдения, правда еще негативного плана, у него уже имеются. "Может случиться, — пишет он, — что полая часть инструмента (т.е. корпус) издаст жужжание, которое, будучи добавленным к некоторым звукам, мешает нам создать представление... относительно природы того или ино-

го созвучия. Чтобы избежать этого неудобства, предпочтительно делать заднюю стенку инструмента не выпуклой а плоской".

Музыкальная акустика ал-Фараби является посредствующим звеном между древней и средневековой теориями музыки. Идеи ал-Фараби по музыкальной акустике получили дальнейшее развитие в работах ученых Востока Ибн Сины, Омара Хайяма, Абдурахмана Джами, а в Европе — в трудах упоминавшихся нами Мерсенна, Совера и Тэйлора.

Ш.Е. Есенов, А.Х. Касымжанов (СССР)

ПРОБЛЕМА КЛАССИФИКАЦИИ НАУК У АЛ-ФАРАБИ

Развитие современной науки с особой остротой показало, что задача классификации наук является весьма полезной, необходимой для этого развития. В качестве предварительного условия эта задача требует определенных теоретико-познавательных и методологических установок, позволяя раскрыть связи наук по содержанию и методам. Это относится и к тем классификациям наук, которые имели место в истории науки.

В данном случае речь идет об исторически важной и широко известной в свое время системе классификации наук, сыгравшей значительную роль, поскольку в ней наметился подход к связи наук на основе принципа субординации, о системе, получившей выражение в трудах Абу Насра ал-Фараби (870–950), уроженца Казахстана, в частности в его трактате "Слово о классификации наук".

Этот трактат был известен в Европе по латинскому и еврейскому переводам.

Можно оставить в стороне полемику относительно того, хотел ли ал-Фараби дать в этом трактате энциклопедию, свод знания или задаться целью обозреть путем перечисления всю совокупность отраслей науки. Гораздо более поучительно рассмотреть те критерии, которыми руководствуется автор трактата, раскрывая определенную связь между науками и возможность установления внутри этой связи логической последовательности.

Общие черты этой системы определяются тем, что она представляет собой звено в цепи перехода от нерасчлененного знания древности к реальному становлению естествознания, связанному с дифференциацией научного знания в эпоху европейского Возрождения, т.е. содержит в себе традиции античности и тенденции последующего развития, предвосхищая позднейшие классификации. Главным обстоятельством, обусловившим возможность подобного предвосхищения, является весьма последовательное и широкое введение ал-Фараби эксперимента в самый механизм научного исследования.

Из этого вытекает строго научная мотивация связи наук, их классификация, исключая мотивы всякого иного рода. Не говоря уже о том, что классификация наук, порядок их связи и, следовательно, изложение определяются у ал-Фараби не общеонтологической схемой, при соблюдении которой на первом месте должно было стоять догматиче-

ское богословие, важно отметить другую особенность его воззрения, благодаря которой он стоит на голову выше не только своих современников, но и мыслителей более позднего периода, включая Ибн Сину и Ибн Халдуна. Эта особенность состоит в том, что ал-Фараби не включает в перечень наук волшебство, магию, астрологию и толкование сновидений.

Остановившись на тех целях, о которых ал-Фараби объявляет сам, мы должны заметить, что они выглядят чем-то внешним по отношению к содержанию наук и их связи между собой лишь на первый взгляд. На самом деле он говорит о педагогических и эвристических задачах — дать обзор наук, чтобы помочь уяснению того, с чего начать изучение наук и как построить это изучение более естественным и разумным образом. Современная же ситуация, характеризующаяся "взрывом" информации, ставит в острой форме социально-педагогическую проблему — приобщить молодое поколение к основам современного знания. Простая механическая попытка угнаться за развитием науки, механически просуммировать ее результаты, порождает опасность затягивания периода обучения и сокращения периода самостоятельного творческого развития личности. Ясно, что проблематика требует определенного методологического подхода, причем этот подход, включающий в себя и классификацию наук, не может обойтись без теоретико-познавательных представлений о внутренней архитектонике той или иной науки, логике ее построения.

Всю совокупность известного ему научного знания ал-Фараби распределяет по пяти разделам: языкознание, логика, математика, физика и метафизика, гражданская наука. Знаменательна постановка на первое место науки о языке. Ведь язык — это та форма выражения и манифестации научного знания, с которой мы сталкиваемся прежде всего, это стихия научной мысли. Помимо этого, язык — это необходимое средство трансляции культуры, весьма важное звено в умственном развитии индивида.

Логика не только близка этой эмпирически очевидной форме выражения научного знания, но и почти пересекается с грамматикой, поскольку она даже свое название заимствует от слова "речь". Логика — это наука, формулирующая исходные принципы и посылы любого знания, и, как таковая, она занимает первенствующее положение по отношению к другим наукам. Типичными для всей гуманистической и демократической тенденции мышления ал-Фараби являются его соображения о том, почему изучение логики необходимо всякому человеку, стремящемуся к постижению истины. Кто полагает, что логика — ненужное излишество, исходит из предположения, что возможно такое совершенство человеческого ума, при котором исчезнет всякая возможность заблуждения. Подразделения логики определяются им по традиции, идущей от аристотелевского "Органона".

Математика идет вслед за логикой, так как она близка ей по степени абстрактности. Структура математики — от арифметики к геометрии, от геометрии к оптике, затем — к науке о звездах, музыке, науке о тяжестях и науке об "искусных приемах" — представляет собой движение мысли от абстрактного к конкретному. Наиболее абстрактно

число. Геометрия имеет дело уже с величинами, т.е. с протяженными телами. Но она абстрактна по сравнению с оптикой. В оптику входит все то, что исследуется геометрией, но помимо этого и то, что видит зрение, в противовес тому, что имеется в действительности. В "Книге о достижении счастья" для обоснования связи математических наук ал-Фараби прибегает к аристотелевскому учению о материи и форме. В математику ал-Фараби включает также науку о движении небесных светил и науку о музыке. Отметим, кстати, что последняя наука была сферой особых интересов мыслителя. Богатство идей его "Большой книги музыки" поразительно: удивляет и светский стиль ученого, делающего выводы на основании эмпирического исследования без капли теологического привкуса. Наука о тяжестях это — механика, основы учения о весах и об орудиях, посредством которых поднимаются тяжести и переносятся с места на место. Венчает здание математических наук наука об "искусных приемах", т.е. о способах создания искусственных тел на основе теоретического знания. К ним относятся строительное искусство, создание астрономических, музыкальных и других инструментов, а также сосудов, используемых во многих ремеслах. Здесь намечается переход от математики к гражданской науке. Но прежде чем перейти к последней, ал-Фараби рассматривает естественную науку (физику) и божественную науку (метафизику). Интересно разграничение естественных и искусственных тел и установление подобия между ними.

Определение метафизики и ее существа вытекает из перипатетической традиции науки о сущем как таковом. Значение метафизики состоит в том, что она изучает основы логики, математики и физики.

Гражданская наука — это этика, социология, догматическое богословие и юриспруденция; здесь ал-Фараби разоблачает ложь, обман и клевету, применяемые при защите религии, считая, что ее положения недостижимы интеллектом, и развивая своеобразный вариант учения о "двойственной истине".

Г.Б. Петросян (СССР)

ДРЕВНЕАРМЯНСКИЕ ИСТОЧНИКИ О ГРАДУСНОМ ИЗМЕРЕНИИ ЗЕМНОГО МЕРИДИАНА

Научные труды Эратосфена, Посидония и Птолемея были предметом неоднократного обсуждения исследователей. Результаты их научных трудов были изложены многими авторами, в частности Дж. О. Томсоном в "Истории древней географии" и А. Панекуком в "Истории астрономии". Однако некоторые вопросы, связанные с измерением длины земного меридиана, не были раскрыты полностью. В настоящей работе эти вопросы рассматриваются на основе изучения древнеармянских источников.

Прежде всего остановимся на выдержках из трудов Дж. О. Томсона и А. Панекука:

"Следовательно, искомая длина окружности равнялась расстоянию в 500 стадий, умноженному на 50, что есть 250 000 стадий. Так объясняет Клеомед, что в основном, надо думать, довольно верно. Все прочие, как, например, Страбон, говорят, что результат равнялся 252 000 стадий, а если приведенное выше описание метода, примененного Эратосфеном для измерения Земли, является верным, выходит, что он сам прибавил 2000 стадий, чтобы получить цифру, делимую на 360 градусов, или, вернее, на 60 частей (поскольку градусы были введены уже позднее Гиппархом). Но большинство исследователей считает, что он сразу получил цифру в 252 000 стадий" [1, стр. 233].

"Тут мы сталкиваемся с вопросом о размере стадии. Многие защищают Птолемея, утверждая, что он имел в виду 180 000 длинных "царских" стадий по 210 м, которыми пользовались в то время на римском Востоке; это равнялось бы 240 000 коротких стадий, в которых, как считают, производил свои измерения Эратосфен (это одна из цифр, которая встречается у Посидония), а в современных единицах составляет 37 800 км (действительная цифра равна 40 000 км). С другой стороны, Бертелло считает, что Птолемей пользовался короткой стадией" [1, стр. 463].

"Географ Эратосфен из Кирены, современник Архимеда, был одним из первых директоров Александрийской библиотеки. Кроме географического описания всего известного тогда мира, он определил размеры Земли. Позднее Клеомед, живший в период правления императора Августа, в своей "Круговой теории небесных явлений" дал подробное описание примененного Эратосфеном метода.

В городе Сиене на юге Египта дно глубокого вертикального колодца освещалось Солнцем в самый длинный день (в году), так что Солнце тогда стояло в зените. В Александрии же, расположенной севернее, тень, отбрасываемая на чашу солнечных часов, составляет в этот день 1/50 полного круга. Таким образом, расстояние между этими городами должно было равняться примерно 1/50 окружности Земли. Так как это расстояние оказалось равным 5 000 стадий (что было измерено по времени, за которое царские вестники пробегали это расстояние), окружность земли должна была составлять 250 000 стадий. В настоящее время много спорят о длине использованной в данном случае стадии; если взять как наиболее вероятное значение 157 метров, то результат Эратосфена очень близко подойдет к истинной величине окружности Земли.

В той же книге Клеомед упоминает ученого-стоика Посидония (135–51 гг. до н.э.), применившего тот же самый принцип к яркой южной звезде Канопусу, которая на Родосе как раз касается южного горизонта, а в Александрии достигает высоты в $7\frac{1}{2}^{\circ}$. На основании расстояния между этими пунктами по морю, оцененного в 5000 стадий, была найдена величина окружности Земли в 240 000 стадий" [2, стр. 136–137].

Из приведенного следует, что для длины земного меридиана Эратосфен, Посидоний и Птолемей получили соответственно 252 000, 240 000 и 180 000 стадий. Что касается величины самой стадии, то в этом вопросе мнения и интерпретации различных авторов расходятся.

В отличие от многих других источников основные меры длины в армянских источниках VII века отражены богаче, а также выражены меньшими мерами длины, что дает возможность осветить ряд нерешенных вопросов. Из многих источников следует упомянуть следующие: "Ашхарауиц" – армянскую географию, метрологический трактат "О движении Солнца и вычислений мер", анонимную метрологическую таблицу в рукописи Парижской национальной библиотеки № 114, метрологический отрывок из списка календаря Анания Ширакаци. Исследования таблиц мер длины, находящихся в этих источниках, приводят к следующим выводам: градус включает в себе 500(700) аспарезов (стадий), аспарез (по воздуху) равен $107\frac{1}{7}$ шагам, аспарез (по земле) равен $142\frac{6}{7}$ и 150 шагам. Миля равна 7 аспарезам, а также 1000 и 1050 шагам, шаг равен 6 ступням, ступня – 16 пальцам.

Меры длины, примененные в армянских источниках [3], правильно отражают греческую традицию и подтверждают правильность количества аспарезов, полученных Эратосфеном, Посидонием и Птолемеем (252 000, 240 000, 180 000):

$$700 \text{ аспарезов} \times 360 = 252\,000 \text{ аспарезам, } 500 \text{ аспарезов} \times 360 = 180\,000 \text{ аспарезам.}$$

$$150 \text{ шагов} \times 180\,000 = 107\frac{1}{7} \text{ шагов} \times 252\,000 = 27 \cdot 10^6 \text{ шагам}$$

$$142\frac{6}{7} \text{ шагов} \times 180\,000 = 107\frac{1}{7} \text{ шагов} \times 240\,000 = \frac{18 \cdot 10^7}{7} \text{ шагам.}$$

Применение длинного аспареза (150 шагов) Птолемея приводит к числу аспарезов Эратосфена, применение же короткого аспареза ($142\frac{6}{7}$) – к числу аспарезов Посидония.

Одновременно из приведенных уравнений следует, что Птолемей уменьшил количество аспарезов одного градуса земного меридиана за счет увеличения длины аспареза.

Литература

1. Дж. О. Томсон. История древней географии, М., 1953, стр. 233.
2. А. Паннекук. История астрономии, М., 1966.
3. Г. Петросян. Меры длины в древнеармянских источниках и их новая интерпретация. – Историко-филологический журнал, 1970, № 3, стр. 215–228 (на армянском языке, резюме на русском языке).

Gerhard Baader (West-Berlin)

MATHEMATISCHE UND ALCHEMISTISCHE TRAKTATE,
ANGEBLICH VON RICARDUS ANGLICUS

Mit dem Namen des Ricardus Anglicus wurden seit dem Anfang des 17. Jahrhunderts verschiedene Personen lichen verbunden. Wirklich historisch bezeugt sind zwei Gestalten. Die eine ist durch eine Bulle Honorius III. von 1218 belegt; dieser Ricardus ist Magister in Paris und Theologe und kommt deshalb als Verfasser medizinischer und naturwissenschaftlicher Schriften nicht in Frage. Der zweite, Richard of Wendover, war Arzt in London und ist 1252 gestorben. Von ihm wissen wir, dass er 1233 Kanoniker von St. Paul war; anschliessend muss er als Leibarzt Papst Gregors XI. in Avignon gewesen sein, doch nach dessen Tod finden wir ihn wieder in England. Erhalten ist von Richard of Wendover nur ein Rezept in der Cambridger Handschrift Peterhouse 222. Trotzdem wurden bereits 1619 durch John Pits eine grosse Zahl medizinischer und naturwissenschaftlicher Schriften mit dieser historischen Persönlichkeit verbunden und diese Gleichsetzung wurde 1770 von Antoine Portal, 1842 von Emile Littré, 1896 von C.L. Kingsford, 1924 von Karl Sudhoff, 1927 von George W. Corner, 1932 von Wilhelm Haberling, aber auch noch 1963 von Otto Prinz übernommen. Dieser These hatte jedoch Ernest Wickersheimer bereits 1936 ein Ende bereitet. Er konnte zeigen, dass in der Londoner Handschrift British Museum Additional 28555 Ricardus Anglicus als Ricardus vetulus, und zwar als Verfasser einer Anatomie gesichert ist, die oft Teil eines grösseren Kompendiums, nämlich des Micrologus, ist. Er ist somit identisch mit dem Ricardus senior, den Gilles de Corbeil erwähnt, und der Magister in Montpellier war. Dieser Micrologus ist Lancelinus de l'Isle-Adam, 1178-1190 Dekan in Beauvais, gewidmet; weitere medizinische Werke werden mit mehr oder weniger Sicherheit diesem Autor zugeschrieben. Doch die Unsicherheit dabei ist weiter so gross, dass noch G.H. Talbot und E.A. Hammond 1965 Ricardus Anglicus für eine rätsel-

hafte Figur aus dem 13. Jahrhundert hielten, dem sie nur medizinische Werke, deren kritische Aufarbeitung von mir in Angriff genommen ist, mit Sicherheit zuschreiben wollen. Manches aber auch der medizinischen Werke, die mit ihm in Zusammenhang gebracht wurden, ist zweifelhaft in seiner Authentizität.

Das gilt zunächst besonders für die "Practica" Geraldus de Solo, Magisters in Montpellier zu Anfang des 14. Jahrhunderts, die noch Littré nach einer englischen Handschrift Ricardus, Anglicus zuweiser wollte, wofür es aber in den heute erhaltenen Manuskripten keinerlei Anhaltspunkt gibt. Nicht besser steht es mit der anonymen Simplificienliste "De nocentibus conferentibus", die nur im Inhaltsverzeichnis der Handschrift British Museum Sloane 420 einem Magister Ricardus zugeschrieben wurde bzw. mit der "Practica minor" des Roger Bacon, Magisters von Montpellier im 14. Jahrhundert, die durch einen Eintrag des 17. Jahrhunderts in der Handschrift der Cambridger Universitätsbibliothek Ii I.16^(P) des 14. Jahrhunderts einem Ricardus Anglicus zugeschrieben wird:

Aber auch gleichzeitige oder nicht viel später hinzugefügte Einträge in Handschriften verdienen oft nicht mehr Vertrauen. Die "Tabulae" des salernitanischen Magisters Salernus zusammen mit dem Kommentar des Bernhard von der Provence werden in einer Cambridger Handschrift Peterhouse 178 als "Tabulae magistri Richardi" bezeichnet, und in derselben Handschrift ist ein Urintractat Roger Barons Ricardus unterschoben. Die pseudocophonische "Anatomia porci" wird in der Cambridger Handschrift Trinity College O.8. 31 als "Anathomia Richardi" bezeichnet in Verwechslung mit der handschriftlich weit verbreiteten Anatomie des Ricardus Anglicus aus dem sogenannten Micrologus. Ebenso wurde die Anatomie des Maurus in der Cambridger Handschrift Trinity College 1406 dem Ricardus Anglicus zugewiesen. Dies alles führte schliesslich zur unberechtigten Zuschreibung der pseudo-galenischen "Anatomia vivorum" an Ricardus Anglicus in der Wiener Handschrift 1634, die auch die sicher echten "Signa" unseres Autors enthält durch einen Schreiber des 14.

Jahrhunderts im Inhaltsverzeichnis. Auch Schriften Walther Agilons Werden als solche des Ricardus Anglicus bezeichnet, dessen "Compendium urinarum" im Codex Parisinus lat. 7030 sowie der Traktat "De febribus" im Erfurter Codex Amplonianus 2° 303. Ebensovienig verdient eine Randnotiz einer Würzburger Handschrift Vertrauen, die Glossen zu Hunains Eisagoge und einen Kommentar zu den Aphorismen des Hippokrates, beide von Magister Cardinalis aus Montpellier, wie anonyme Kommentare zur Pultschrift des Philaret, zum Lehrgedicht über die Urinschau des Gilles de Corbeil und zur Diätetik des Ishaq al-Isra'ili unter den Namen des Ricardus stellt. Ist bei all diesen Schriften noch anzunehmen, dass den Schreibern noch Ricardus Anglicus als Autor vorgeschwebt hat, so ist dies bei den "Synonyma Ricardi" in der Wolfenbüttler Handschrift 60.15. Aug. 4° wohl mit Sicherheit auszuschliessen. Das in ihr enthaltene lateinisch-deutsche Pflanzenglossar, das sich sonst handschriftlich anonym nicht selten findet, hat keinerlei Bezugspunkt mehr zum Magister von Montpellier.

Das gilt in noch grösserem Masse von drei Schriften, die von der Medizin wegführen. In zwei alchemistischen Handschriften etwa aus dem Jahre 1565, die sich heute im Besitz der Wellcome Historical Library in London befinden, des Bruders Ioannes Baptista sind Auszüge aus alchemistischen Schriften enthalten. Neben Werken Roger Bacons, Arnalds von Villanova und des Raymondus Lullus, Gebers, Johanns von Rupecissa sowie eigenen Werken des Ioannes Baptista, Übersetzungen wie solchen des ar-Razi und des Zosimos finden sich unter anderem in beiden Handschriften ein "Correctorium alchemiae", das unter den Namen eines Ricardus Anglicus gestellt wurde. Mit dem Arzt aus Montpellier aus dem Ende des 12. Jahrhunderts hat dieser Autor nicht das Geringste zu tun. Auch andere Versuche seiner Identifikation waren wenig überzeugend. Weder Hermann Kopps Gleichsetzung mit dem Franziskanerpater Richard aus Middleton in England, der 1284-85 in Paris Magister wurde und anschliessend dort lehrte,

noch die neuere mit Richard of Wendover aus der 1. Hälfte des 13. Jahrhunderts haben das Geringste für sich. Dagegen sprechen schon die im "Correctorium" zitierten Quellen, Es sind alchimistische Pseudepigrapha, die alle ins ausgehende 13. oder schon ins 14. Jahrhundert gehören und arabischen Ursprungs sind, nämlich der sogenannte Morienus, pseudoaristotelisches Gut, angebliche Zitate aus Parmenides, angebliche Werke des Ibn Sina, bzw. des Albertus Magnus, aber auch Übersetzungen des ar-Razi und echte Werke des Arnald von Villanova. Besonders letztere und die unter dem Namen des Albertus Magnus gestellten Schriften können frühestens dem 14. Jahrhundert angehören. Im "Correctorium" wird die bekannte Theorie vertreten, dass die Metalle auf die beiden "Geister" Schwefel und Quecksilber zurückgehen. Interessant ist besonders die Feststellung, dass aus Gold eine Arznei bereitet werden könne, die verjünge und die Krankheiten austreibe. Eine solche Auffassung von der Alchimie steht Paracelsus nahe wenn er sagt, dass es ihr Amt wäre "die bereitung zu traktirn, was tugent und kraft in der arzney sei, die kein leib hab". Dass unter diesen Umständen ein Traktat über die sieben Metalle, der ansonsten für Nikolaus de Bodlys aus Polen, einem Magister aus Montpellier aus dem Ende des 13. oder Anfang des 14. Jahrhunderts, gesichert ist, trotz einer Notiz der Handschrift der Cambridger Universitätsbibliothek Additional 4087 des 15. Jahrhunderts nicht für einen Richardus in Anspruch genommen werden darf, versteht sich von selbst.

Ebenso wenig hat mit Ricardus Anglicus ein Text etwas zu tun, der im Codex Marcianus lat. App.72 des 14. Jahrhunderts enthalten ist. Der Traktat, der mit "questio Ricardi" überschrieben ist, ist weitgehend nichts anderes als einer der vielen scholastischen Kommentare zu den aristotelischen Physica, er ist voll des Arabismus und zeigt viele Anspielungen auf den Averroistenstreit. Er scheint somit dem Universitätsbetrieb des 14. Jahrhunderts zu entstammen.

Schliesslich sei hier noch auf einen Traktat über das einfache Bruchrechnen verwiesen. Von 5 Handschriften, von denen keine von dem 14. Jahrhundert liegt, wird nur in einer, dem Londoner Codex British Museum Harley 3735, ein Verfassersname angegeben, nämlich "magister Richardus". Seine Identifizierung ist kaum möglich, wenn diese Angabe überhaupt Vertrauen verdient. Sachlich Neues ist in diesem Traktat nicht zu finden, das über die Schriften vom Bruchrechnen des 10. und 11. Jahrhunderts hinausweisen würde. Nur der bisweilen belegte Titel "algorismus minuciarum" wie in der Erfurter Handschrift Amplonianus 4° 369 aus der ersten Hälfte des 14. Jahrhunderts verweist diese Schrift in eine spätere Zeit.

All dies zeigt uns von neuem, welche Vorsicht bei Zuweisung von Traktaten geboten ist, auch wenn Handschriften bestimmte Autorennamen zu überliefern scheinen. Das gilt auch für das medizinische Werk des Ricardus Anglicus selbst, soweit es über die im Prolog zum Micrologus angeführten Bestandteile hinausgeht. Für andere als medizinische Schriften kommt Ricardus Anglicus als Verfasser überhaupt nicht in Betracht. Jedoch der Versuch einige sicher in Montpellier entstandene Werke einem Ricardus Anglicus zuzuweisen, zeigt von neuem die Verbindung dieses Autors mit der dortigen Medizinschule.

Н.И. Леонов (СССР)

БИРУНИ – МОБИЛИСТ

(ИДЕИ О ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ "ЧАСТЕЙ СУШИ"
У БИРУНИ)

Каждое сочинение Абу Рейхана Бируни, становящееся достоянием историков науки, раскрывает все шире и глубже сокровищницу научных идей великого хорезмийского ученого-энциклопедиста. Прочтение "Геодезии", впервые опубликованной в Каире в 1962 г., позволяет нам говорить об идее горизонтального перемещения материковых блоков (у Бируни – "частей суши"), которая с такой отчетливостью изложена в замечательном труде среднеазиатского ученого XI века. Сочинение

Бируни, озаглавленное им "Определение границ мест для уточнения расстояний между населенными пунктами", на русском языке впервые издано в Ташкенте в 1966 г., в переводе П.Г. Булгакова, с предисловием и комментариями автора перевода. Все цитаты и ссылки с указанием страниц даны в тексте по этому изданию (Бируни. Избранные труды, т. 3, Ташкент, 1966).

Пытливо взглядываясь в толщи осадочных пород, из которых воздвигались и "высокие горы", Бируни вынес твердое убеждение в том, что для накопления таких толщ потребовались длительные сроки. Накопление же осадочных толщ (т.е. аккумуляция) на одних участках суши из обломочного материала, сносимого с других участков суши (денудация), вызывало нарушение равновесия на отдельных участках земной поверхности. В силу нарушения равновесия (изостазии) приходило в движение части суши. А когда "части суши перемешались из одного места в другое, - говорит Бируни, - перемешалась вместе с ними и их тяжесть" (стр. 93-94).

Земля же не может быть в устойчивом состоянии, если центр ее тяжести не будет центром Вселенной (в понимании Бируни), и было должным для Земли устранить это несоответствие. Для этого центр ее тяжести должен был переместиться сообразно изменению перемещающихся ее частей (стр. 94). Далее, рассуждает ученый XI века, перемещение поверхностных участков суши с неизбежностью вызывает "перемещение ее частей, находящихся внутри ее" (стр. 105). Самое же перемещение поверхностных участков, развивает свою мысль Бируни, может быть "составлено из обоих движений", т.е. из поверхностного и глубинного движений.

Горизонтальное перемещение "частей суши", как правило, по Бируни, длительно, или, как он выражается, "незаметно для короткого отрезка времени".

Но в некоторых случаях, говорит Бируни, "перемещение может быть и однократным толчком при возникновении порождающей его причины - смещения тяжестей с одного места на другое одним рывком" (стр. 105). Таковы геофизические представления (а по существу и доказательства) Бируни о причинах горизонтального перемещения материковых блоков ("частей суши" по Бируни).

Теснейшим образом с представлениями о горизонтальном перемещении ("с одного места на другое"), обусловленном нарушением изостазии (равновесия), связаны и доказательства второй группы, доказательства геодезические. "Что касается широт городов, то они могут изменяться при этом (т.е. при горизонтальном перемещении "частей суши". - Н.Л.) весьма заметно" (стр. 105).

Для установления факта изменения географических координат того или иного участка суши, говорит Бируни, "следует постоянно следить [за широтами] и проверять их" (стр. 105). При этом Бируни подчеркивает особую важность наблюдений за изменением географической широты. Что "касается влияния смещения ["частей суши"] на долготы", то Бируни считает его "незначительным" (стр. 105).

С изменением географической широты места сопряжены, согласно Бируни, весьма значительные перемены в комплексе природных условий.

Отдельные участки суши, пишет Бируни, "могут достичь даже губительных местностей" (стр. 105).

В последней фразе отчетливо проступает мысль о том, что в связи с изменением географического положения переместившихся участков суши может наступить резкое ухудшение климатических условий. "Если движение шло на юг или на север — вред от него возрастает", — говорит Бируни (стр. 105). Таким образом, к двум группам доказательств факта перемещения частей суши — геофизическим и геодезическим — Бируни присовокупляет и третью группу доказательств — доказательств палеоклиматических. Ученый-хорезмиец так и пишет: поскольку отдельные части суши могут перемещаться на значительные расстояния ("широты могут изменяться весьма заметно", см. выше), "меняются их природа и климат" (стр. 105). "Приближение к полюсу равно удалению от экватора, — пишет Бируни, а близость или удаленность от экватора — основная причина, определяющая характер климатических условий" (стр. 100).

Как и современные палеоклиматологи, Бируни в своих работах об изменениях климата опирается на данные палеонтологии. В изменении климата за длительные промежутки времени его убеждают, например, остатки ископаемых растений — наличие корней пальм там, где в его время их уже не могло быть, во внутреннем Иране, в провинции Керман: произошло перемещение участков суши и "похолодало это место, и пальмы погибли там и засохли" (стр. 94).

Это позволяет сказать нам, что Бируни к трем группам доказательств наличия горизонтальных перемещений частей суши — геофизическим, геодезическим и палеоклиматическим — добавляет и доказательства палеонтологические.

С общими движениями "Земли", вызывающими горизонтальное перемещение частей суши, связаны, по Бируни, и поднятия, и опускание перемещающихся участков, с чем связано отступление и наступание моря. "Суша перемещалась на место моря, а море на место суши в [давние] времена", говорит Бируни (стр. 94). Следом за этим положением Бируни приводит ряд примеров из области палеогеографии Аравийской пустыни и песчаных пространств между Хорезмом и Джурджаном. И опять-таки для восстановления геологического процесса формирования этих пустынь Бируни пользуется данными палеонтологии: он говорит о камнях, извлеченных из глубоких толщ (при рытье колодцев). "В этих камнях, — пишет Бируни, — если их расколоть, содержатся морские раковины ("рыбьи уши"), либо сохранившиеся в своем виде, либо истлевшие, исчезнувшие, тогда как на их месте остались пустоты, соответствующие их форме" (стр. 94).

В свете приведенных нами высказываний Бируни перед нами встает во весь свой рост облик среднеазиатского ученого XI века, которого мы вправе назвать мобилистом, т.е. сторонником идеи горизонтального перемещения частей суши ("материков", материковых блоков). Не только по основной идее, но и по "системе доказательств" Бируни весьма близок к мобилистам XX века, нашим современникам.

Заканчивая краткий доклад о воззрениях Бируни-землеведа, считаю весьма существенным ответить и на вопрос, каковы были представления

Бируни о первоначальном состоянии суши на первом этапе формирования лика нашей планеты. Вот, что мы читаем на страницах его "Геолезии": "Возможно и то, что часть шарообразной Земли отошла от [основного материка] из-за образовавшихся между ними глубоких впадин, в которые проникла вода окружающего [моря]" (стр. 101). Таково представление Бируни о расколе первичной шарообразной оболочки Земли на две части "глубокою впадиной", которая заполнилась водами Мирового океана.

Таким образом, мы можем сказать, что хорезмийский ученый XI века в своих представлениях об изначальном расположении суши и вод Мирового океана стоит ближе к воззрениям сторонников идеи двух первоначальных праматериков (Лавразии и Гондваны у дю-Тойта, 1940; Арктогеи и Антарктогеи у Н. Леонова, 1949, 1960), нежели к представлениям А. Вегенера (1912) о единой Пангее. Интересно подчеркнуть также, что Бируни важнейшими направлениями перемещения "частей суши" считает: юг-север, север-юг (т.е. от полюсов к экватору). Вспомним, что по Бируни именно широты населенных пунктов (и стран) "могут изменяться весьма заметно". Свои основные положения о горизонтальном перемещении частей суши Бируни подкрепляет рядом доказательств. Все это дает нам основание назвать Бируни первым (из известных нам в истории мировой науки) глашатаем плодотворных идей мобилизма.

Л. Бретаницкий (СССР)

ЗОДЧИЙ ПЕРЕДНЕГО ВОСТОКА XI-XVI ВВ.

(Положение в обществе и профессиональные знания)

Вопрос о положении зодчего средневековья в современном обществе, так же как и о его профессиональных знаниях, недавно еще упирался в широко распространенные представления о якобы анонимности искусства эпохи феодализма. Исследования послевоенных лет показали их несостоятельность.

Ряд советских ученых вел в этом направлении исследования по нынешним республикам Закавказья, Дагестану и республикам Средней Азии, как правило, не ограничиваясь выявлением имен зодчих и накоплением о них фактических данных. Этот круг вопросов находил отражение в работах и ученых других стран. Совокупность накопленных фактов и опыта их осмысления представляют немалой научно-познавательной ценности свод сведений, раскрывающий многие ранее неизвестные страницы истории художественной культуры ряда областей Переднего Востока.

Отметим, в первую очередь, особенности процесса выделения зодчего - автора архитектурно-художественного замысла и руководителя его осуществления в натуре - из безымянной массы строительного люда; выявление его места и роли на различных этапах проектно-строительных работ; уточнение структуры социальных отношений; постижение

закономерностей архитектурного формообразования, определяющих непреходящую художественную ценность лучших произведений зодчества своего времени.

Совокупность данных строительной эпиграфии, сведений письменных источников и результаты анализа памятников зодчества позволяют ответить — отнюдь не исчерпывающе — на эти вопросы. Однако подчеркнем, что ответы эти не могут быть тождественны для различных областей региона, отражая локальные особенности исторического развития каждой.

На лестнице социальных отношений зодчему принадлежало менее видное место, нежели представителям других творческих профессий. Исторические хроники, нередко упоминающие поэтов, каллиграфов и художников, имен зодчих, как правило, не сообщают, даже подробно описывая наиболее примечательные сооружения. Строительные надписи некоторых выдающихся сооружений содержат подчас только имена художников-декораторов, которым нередко приписывается и авторство здания.

Эти данные свидетельствуют, что в придворной иерархии зодчие приметного места не занимали. Однако сила эмоционального воздействия произведений архитектуры рассматривалась достаточно реалистически, а искусство зодчего ценилось довольно высоко.

Обычные для строительных надписей и письменных источников термины, обозначающие архитектора — ме'мар, бенна, мухандис, уstad и муэллим, серкер, — по своему значению, содержанию и распространенности неадекватны. Первые три — непосредственно связаны с архитектурной практикой и подчас бесосновательно рассматриваются как тождественные.

Из остальных первые два были скорее эпитетами, подтверждавшими общественное и профессиональное признание — мастер (устад) и учитель (муэллим). Третий — серкер — обозначал организатора или распорядителя строительства.

Терминами "ме'мар" и "бенна" обозначался архитектор-практик, назовем его эмпириком, в отличие от термина "мухандис" — умеющий составлять чертежи, т.е. архитектор-проектант.

В строительных надписях термин "мухандис" самостоятельно встречается редко, наиболее употребительны ме'мар и бенна. Нередко термин "устад" применяется в качестве эпитета — "мастер". Подчас он сопровождает термины "ме'мар" и "бенна", подтверждая их высокое мастерство. Однако он не встречается в сочетании с термином "мухандис". В то же время в письменных источниках, а также строительных надписях встречаются термины "мухандис-бенна" и "мухандис-ме'мар".

Показательно содержание некоторых документов "Дастур ал-катиб", составленных Мухаммедом Хиндушахом ан-Нахичевани (XIV в.), — своего рода, делового "письмовника", в котором приводятся "образцы" посланий, связанных с приглашением мухандиса для составления проекта какого-либо примечательного здания.

Чем же располагал архитектор, кроме обязательных профессиональных навыков и "секретов" производства, которыми овладевал в процессе ученичества и которые могли по традиции передаваться из по-

колени в поколение? Сведения в этой области крайне скудны и односторонни. Реальные материалы ограничиваются по сути дела архитектурной главой математического трактата "Ключ арифметики" Гияс-ад-дина ал-Каши (XV в.), разделы которой посвящены "измерению арок и сводов", "измерению куполов", "измерению поверхности сталактитов". Известны также составленные узбекским зодчим (XVI в.) "образцовые" чертежи распространенных в строительстве того времени общественных сооружений, предположительно мавзолея, караван-сарая или медресе и сардобы.

Теоретический уровень архитектурных глав трактата ал-Каши и профессиональные достоинства "образцовых" чертежей позволяют быть уверенными, что они не были уникальны и что им предшествовал определенный этап развития и совершенствования подобных материалов.

Письменные источники и произведения миниатюрной живописи позволяют также с уверенностью говорить, что строительству наиболее значительных сооружений предшествовало изготовление моделей, которыми поверялось соотношение компонентов пространственной структуры, а также составление проектов, разработанность которых позволяла одновременно вести основные строительные и частично отделочные работы.

Анализ памятников зодчества позволяет также полагать, что для облегчения процесса проектирования и строительства, а также в целях художественной гармонизации зодчие в ряде случаев пользовались модульными системами, основой которых, видимо, являлись местные единицы линейного измерения.

Исследования Б.А. Розенфельда, А.П. Юшкевича и многих других ученых подтверждают необычайно высокий уровень развития математических наук в странах мусульманского средневековья. Расширяются представления о прикладном характере этого процесса, его связях с развитием художественных ремесел и архитектуры. Однако область инженерно-строительной математики и механики еще остается своего рода "белым пятном".

Данные в отношении статических и иных инженерных расчетов пока отсутствуют. Сопоставление сведений письменных источников и архитектурной практики того времени позволяет предполагать, что новые конструктивные решения, отвечающие изменению архитектурных задач, находились эмпирическим путем.

Разумеется, материалы, о которых шла ранее речь, были доступны, видимо, лишь мухамдису, справедливо причислявшемуся Сана'и к кругу людей науки — мард-и'илм.

Colette Sirat (France)

LA FABRICATION DES PARCHEMINS D'APRES LES
TEXTE HEBREUX MEDIEVAUX

Notre connaissance des techniques utilisées pour préparer les peaux d'animaux afin qu'elles puissent recevoir l'écriture, se base sur deux sortes d'examen:

- en premier lieu, l'étude des cuirs et parchemins tels qu'ils nous sont parvenus, et cette étude peut actuellement être conduite selon des techniques scientifiques modernes: analyse chimique classique, spectrographie laser, analyse atomique, etc. La difficulté reside dans le fait que les peaux d'animaux semblent avoir toutes la même composition, et qu'il est fort difficile de savoir si les traces chimiques sont originales ou accidentelles.

- ensuite, ou peut-être tout d'abord, les textes qui nous décrivent la fabrication des parchemins dans l'antiquité et au moyen-âge. Ces textes sont peu nombreux et ont souvent été cités: Hérodote, Joseph l'Hebreu, Plin, Ciceron. Tout un groupe de texte n'a pas jusqu'ici retenu l'attention qu'il mérite: ce sont les textes en hébreu.

Les Hébreux se sont intéressés à la fabrication des peaux et aux diverses techniques de préparation pour des raisons religieuses: la Bible, dès qu'on eut commencé à l'écrire, l'a été sur peau, de même que les phylactères et les Mezuzot. Il était évident que le support du texte divin devait répondre à certaines normes et nous trouvons dans les tous premiers textes de la Loi orale des prescriptions touchant les peaux susceptibles d'être utilisées: elles doivent être d'espèce pure (c'est-à-dire comme les bêtes propres à la consommation); donc : veau, chèvre, mouton

Dans la Tosephta (rédigée au 2^e siècle environ), il est dit (II, 2, 247) qu'on peut utiliser une peau de bête préparée pour l'écriture si on n'en a pas enlevé la fleur (c'est-à-dire la couche extérieure du côté du poil), ni la chair. C'est en fait le cuir dont sont faits, par exemple, les manuscrits de la Mer Morte.

Trois sortes de peaux sont mentionnées, mais dans un sens différent dans les Talmud (celui de Babylone et celui de Jérusalem): Gevil, Qlaf, duksustus et les controverses sur ce qui constitue ces trois catégories de parchemin, ont occupé presque tous les rabbins jusqu'à la fin du Moyen-Age. Maimonide (Égypte, XII^e s.) dans son Mishné-Tora, écrit (livre II, Hilkhot tefilin, I, 6 et 7) :

"Il y a trois sortes de peaux : gevil, qlaf et duksustus. Comment les fabrique-t-on? On prend la peau d'une bête domestique ou sauvage, et on en enlève tout d'abord le poil, puis on la laisse macérer dans le sel, puis on travaille avec de la farine, ensuite dans de la noix de galle ou d'autres matières qui resserrent la peau et la rendent solide. C'est ce qu'on appelle gevil. Si l'on prend la peau après qu'on l'ait dépouillé de son poil et qu'on la coupe dans le sens de l'épaisseur comme les tanneurs le font, on obtient deux peaux : l'une fine du côté de la fleur, l'autre épaisse du côté de la chair. On les fait macérer dans du sel, puis on les travaille avec de la farine, et ensuite dans de la noix de galle ou autre produit semblable. La partie qui correspond à la fleur est appelée qlaf et celle qui correspond à la chair duksustus."

Maimonide se contente d'exprimer clairement des opinions antérieures. Ainsi dans un texte retrouvé dans la Gueniza du Caire et édité par E.N.Adler sous le titre *An eleventh century introduction to the Hebrew Bible* (Oxford, 1897) et dont l'auteur est sans doute Juda b. Barzilai de Barcelone, nous voyons cités à peu près tous les Geonim, entre autres Saadia Gaon (IX^e-X^e s.).

De ces textes se dégagent deux conclusions :

1) le parcheminage exigeait l'emploi du sel, de la farine et de la noix de galle.

2) on savait couper la peau dans l'épaisseur, au moins sur des surfaces relativement petites.

Ces procédés, hérités sans doute des Romains, semblent avoir été ceux qui se sont perpétués dans le monde islamique jusqu'à la fin du moyen-âge au moins.

Qu'en était-il en Occident? Rashi (France, X^e s.) fait allusion à ces mêmes procédés dans son Commentaire sur Gittim Ila, et Yehiel de Rome (XI^e s.) fait de même dans son Arukh (sub verbo Gevil, Duxustus).

En revanche, dans un Qitsur Shibbole ha-leqet qui date sans doute du XIV^e s. (Pourim 39, éd. Crémone 5.325 / 1565), nous lisons:

"On avait l'habitude de travailler le parchemin avec de la noix de galle, mais maintenant qu'on ne le fait plus, il semble qu'on a le droit d'écrire la Megilla (le rouleau d'Esther) sur nos parchemins." Il s'agit de l'utilisation de la chaux, procédé qu'on trouve décrit dans tous les ouvrages occidentaux sur le parcheminage et qui a sans doute été mis au point lors de la renaissance du XII^e siècle, car Isaïe de Trani (Italie, XIII^e s) écrit que, de son temps, on ne fabrique plus que du gevil. Mais il semble aussi qu'on a alors perdu l'usage de couper les peaux dans l'épaisseur. Un Commentateur allemand du XVII^e siècle s'adressa aux mégissiers, lesquels se moquèrent de lui, disant: "Si nous avons la possibilité de fabriquer deux peaux au lieu d'une, ne le ferions-nous pas?" En fait, la technique existe en Occident depuis la fin du siècle dernier, grâce à des machines très perfectionnées.

Ainsi donc, les procédés de parcheminage diffèrent radicalement en Orient et en Occident. A ces différences de fabrication sont sans doute dues les différences dans la conservation des documents ; dans les Bibles du X^e siècle que j'ai pu examiner à Leningrad (à la Bibliothèque Saltikov-ChtChérine et à l'Institut oriental de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S.), j'ai constaté que le côté fleur était remarquablement bien conservé: l'encre a gardé toute sa fraîcheur et sa netteté primitives.

En revanche, sur le côté chair, l'encre pâle et a corrodé le parchemin. Tous ces manuscrits proviennent du moyen-orient: Damas et Jérusalem.

Il ne fait aucun doute que nous avons encore beaucoup à découvrir sur la fabrication des livres au moyen-âge: les récents travaux de M.E.Gilissen sur le pliage et l'imposition des manuscrits en sont une preuve éclatante. Les manuscrits hébraïques et les textes hébraïques peuvent, dans cette étude, nous apporter beaucoup, car ils portent témoignage d'une culture et d'une technique aussi bien orientales qu'occidentales, Mais les renseignements qu'ils nous apportent devraient être complétés par l'étude scientifique des manuscrits grecs, arabes, latins, etc. Cette courte communication voudrait être l'annonce de ces enquêtes, approfondies selon des techniques modernes, que la science met aujourd'hui à notre portée.

Nicholas H.Steneck (USA)

A LATE MEDIEVAL DEBATE CONCERNING THE
PRIMARY ORGAN OF PERCEPTION

The role Aristotle's De anima played in stimulating debate over the agent and passive intellects is well known to anyone familiar with scholastic philosophy. The problem of the agent and passive intellects is, however, only one of a number of problems later commentators encountered in Aristotle's discussion of the soul. In this paper, I would like to explore another of these problems, a problem concerning the ultimate or primary organ of sense perception.

The problem of the primary organ of perception derives from a contradiction between Aristotle's own solution to this problem and an interpretation given by later commentators to three crucial chapters in the De anima. In both the De somno and the De partibus animalium, Aristotle argues that sensation arises in

and is dependent upon the motion and operation of the heart, thus leading to the assumption that he considers the heart to be the primary organ of perception.¹ Such an assumption is, however, in conflict with an assumption reached by Aristotle's commentators concerning the intent of chapters one through three of book three of the *De anima*.

In these chapters, Aristotle discusses a number of operations of the sensitive soul that seemingly follow after the operations of the five external senses (vision, hearing, smell, taste, and touch) without ever specifically saying that they, the post-sensory operations, are distinct and separate powers of the sensitive soul. Nevertheless, Aristotle's intent to do such seemed clear to his commentators. Accordingly, they proceeded, over the centuries, to develop what they saw as Aristotle's intent into a highly organized system of psychology known as the psychology of the internal senses.² By the fourteenth century, it was commonly understood by Latin commentators that the post-sensory operations vaguely referred to in the *De anima* were to be defined as distinct internal -- as opposed to external -- powers of the sensitive soul. These include common sense, imagination, phantasy, a cogitative power, an estimative power, and memory. Moreover, it was also commonly understood by these same commentators, although here the argument clearly goes beyond Aristotle's intent in the *De anima*, that these powers have their site of operation, that is are localized, in the three Galenic ventricles of the brain,³ thereby, giving the second solution to the problem of the primary organ of sense of perception.

It is this second solution, which is primarily Arabic in origin, that assumed the greater importance in the later Middle Ages, especially among Parisian commentators.⁴ But not all commentators chose this solution. In particular, toward the end of the fourteenth century, a fairly unique theory of the interna

senses was put forth in the detailed *Quaestiones de anima* attributed to Henry of Oyta,⁵ that is, either to Henry Totting von Oyta, the famous theologian who died in 1397; or to Henry Olting von Oyta, a lesser known master who incepted in the arts at Vienna in 1397. It is to Henry of Oyta's solution of the problem of the primary organ of perception that I would like to devote the remainder of this paper,

Two conclusions underlie Henry's theory about the primary organ of perception. First, based upon the principle that the number of powers of the sensitive soul should not be multiplied without necessity, he concludes that only three powers, a cognitive power, a reserving power, and a collecting power, are needed to account for the actions of the internal senses.⁷ He is thus willing to grant that a single cognitive power, the common sense, is able to know the actions of the external senses; to discern the differences between proper sensibles, as for example that this red apple is sweeter than that red apple; to imagine objects that have not been perceived, such as a gold mountain; and to sense species that are not perceived by the external senses, such as the species or intention of hostility in a wolf.⁸ Normally, these actions would have been divided among three cognitive powers, including phantasy and a cogitative or estimative power, as well as the common sense.⁹ In addition, Henry sees no need to posit two reserving powers, one, the imagination, simply to reserve species, and one, the memory, to reserve species with reference to past time. Both types of reservation, he argues, can be carried out by a single power.¹⁰

The second conclusion is that the common sense is located in the heart, therefore, making the heart, and not the brain, the primary organ of perception.¹¹ His reasons for maintaining this conclusion are two fold: First, by supporting this position, he feels that he is being more faithful to Aristotle's teachings.¹² Second, he argues that reason and experience, once probable and inconclusive arguments are eliminated, prove that

200

subjective sensation is carried out in the heart. The elimination of porbable and inconclusive arguments leaves Henry with three convincing arguments: 1) his belief in the underlying truth conveyed by such statements as "I have heart for this or that particular thing," 2) the experience that a sharp pain inflicted upon the foot is felt in the heart, and 3) the observation that embryos acquire sensation at the same time that the heart is generated.¹³ However, having reached this conclusion, Henry continues: "Nevertheless, I do not believe in accordance with this that what many other (philosophers) and so many physicians have said about the head or the brain is to be altogether rejected."¹⁴

The brain, Henry suggest, is responsible for two important non-cognitive operations. First, the species received in the external senses are collected in the anterior portion of the brain prior to being multiplied to the heart.¹⁵ Second, the anterior portion of the brain is where species are reserved after they have been received and known in the heart and, in turn, remultiplied to the head.¹⁶ By assigning these two powers to the brain, Henry is able to effect a compromise between the physicians and Aristotle. He can, with this system, account for all of the standard experiences commonly used to prove that sense perception resides in the brain, while maintaining, as he does, that subjective cognition resides in the heart. For example, he explains sleep and dreaming as follows: In sleep, the brain is cooled, thus blocking the passage of species from the external senses to the heart. Thus a sleeping person does not sense that his foot is being tickled. But the cooling of the brain in sleep may at times only effect the anterior portion of the brain, thus permitting the free flow of reserved species from the posterior portion of the brain to the heart. When this occurs, we not only sleep but also dream.¹⁷

* * *

This then is the solution to the problem of the primary organ of perception reached by one late medieval commentator. The question now remains, what is its significance? There are two noteworthy features about this solution that I feel bear mentioning. First, its uniqueness makes it well suited for tracing the influence of Henry of Oyta's thought on later commentators. Nicholas of Amsterdam, for example, puts forth essentially the same solution to this problem in a somewhat abbreviated form.¹⁸ How Nicholas came in contact with Henry's writings and whether other commentators also took up this solution must remain the subject for further research on the De anima commentaries of the fifteenth century. That Nicholas was familiar with Henry's solution, there can be no doubt.

Second, it is interesting to stop and speculate for a moment about how and why Henry arrived at this solution. How he arrived at it is obvious. He began by placing primary importance on Aristotle's statements about the role of the heart in perception and then sought to reconcile these statements with the standard coterie of reasons and experiences commonly thought to have bearing upon the issue. But why this method? Quite simply, I would suggest, because he had as his primary objective in pursuing this problem the bringing of "concord" to the seemingly "discordant" teaching about the psychology of the internal sense. His objective was not, as we would expect were he pursuing this problem today, the understanding of how man knows. Had Henry genuinely been seeking to understand the truths about human cognition, he might, at least, have briefly pursued the consequences of his break with tradition. But deducing and testing consequences did not occur to Henry, as, indeed, it did not occur to most late medieval natural philosophers. The task of the natural philosopher was complete when past traditions had been brought into the fullest degree of accord.

Footnotes

1. Aristotle, *De somno et vigilia* 2. 456a1-10, and *De partibus animalium* 3. 4. 666a10-15.
2. The evolution of the concept of the internal senses is discussed by Harry A. Wolfson in "The Internal Senses in Latin, Arabic, and Hebrew Philosophic Texts," *Harvard Theological Review*, XXVIII (1935), 69-133; and George P. Klubertanz, *The Discursive Power: Sources and Doctrine of the "Vis Cogitativa" According to St. Thomas Aquinas* (St. Louis, 1952).
3. Basic surveys of the development of cerebral psychology can be found in Jules A. Soury, "Cerveau,"—*Dictionnaire de Physiologie*, by Charles Richet, II (Paris, 1897), 547-670; and *Le système nerveux central, structure et fonctions, histoire critique des théories et des doctrines*, Vol. 1 (Paris, 1899).
4. Nicholas H. Steneck, *The Problem of the Internal Senses in the Fourteenth Century*, (unpublished Ph. D. dissertation, The University of Wisconsin, 1970).
5. Henry of Oyta, *Quaestiones de anima*, Vienna, Österreichische Nationalbibliothek, 5374, fols. 35r-91r; and Oxford, Bodleian, Canon. misc. 393, fols. 1r-75v. Citations that follow are from the Vienna manuscript. The Bodleian manuscript copy of these questiones has been falsely attributed to Blasius of Parma on the basis of an entry added in a later hand.
6. Albert Land, *Heinrich Totting von Oytà: Ein Beitrag zur Entstehungsgeschichte der ersten Deutschen Universitäten und zur Problemgeschichte der Spätscholastik. — Beiträge zur Geschichte der Philosophie und Theologie des Mittelalters*, Vol. XXXIII, nos. 4 and 5 (Munich, 1937), p.127.
7. *Quaestiones*, II, Q. 24, fol. 72rb-va.
8. *Quaestiones*, II, Q. 23, fol. 70va-vb.
9. Cf. Nicole Oresme, *Quaestiones super librum De anima*, München, Bayerische Staatsbibliothek, CLM 761, fol. 24ra-vb;

or Pierre d'Ailly, *Tractatus brevis de anima* (Paris, 1505).
Chapter V.

10. Quaestiones, II, Q. 23, fol. 70va-vb.
11. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 72rb.
12. Quaestiones, II, Q. 23, fol. 72rb.
13. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 71va-vb.
14. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 72ra.
15. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 72rb-va.
16. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 72rb-va.
17. Quaestiones, II, Q. 24, fol. 72va.
18. Nicholas of Amsterdam, *Disputata circs libros De anima*, Copenhagen, Kongelige Bibliotek, Thott 583.4°, pp. 105b-106a; identified by Jan Pinborg, "Die Aristoteles-Quaestionen des Magister Nicholaus von Amsterdam," *Classica et Mediaevalia*, XXV (1964), pp. 244-62, as Nicholas Theodericus of Amsterdam (d. 1460).

John M. Riddle (USA)

THE LATIN ALPHABETICAL DIOSCORIDES

Of all ancient writers on *materia medica* Dioscorides (fl. A.D. 50-70) stands preeminent. In his listing of the descriptions, habitats-locations, medicinal virtues and preparation of around 850 plants, animal products, and minerals, Dioscorides contributed in large measure to our knowledge of ancient pharmacy, mineralogy, botany, and, to a degree, of ancient medicine and chemistry. The study of the transmission of his text is perhaps as important as an analysis of his actual writing. Both the Latin West and the Arabic East used Dioscorides' text to add their own experiences with the drugs he named and to contribute knowledge of new drugs by adding to his text.

Of the Dioscoridean Latin texts the version known as the *Alphabetical Dioscorides* was by far the most widely used between

en the early twelfth century and the late fifteenth when the Greek text was again printed. Little study has been made of this important family of manuscripts in order to determine such questions as: (1) Is the text truly based on Dioscorides? (2) If so, is it a new translation or a re-edited, older version? (3) If it is a new translation, was it made from the Greek, Arabic, or Hebrew? (4) Does the text include non-Dioscoridean insertions? By answering these questions, an important part of the history of medieval pharmacy will be better understood.

A Latin translation was made in the late Roman or the early medieval period.¹ With only a few items omitted from the Greek text, this translation is a fairly accurate rendering into Latin. In five books, it follows the same classification system based on discussing in sections herbs, shrubs, animal products, and so forth. Extant copies of the full text are known in three manuscripts, two of the ninth century and one of the tenth.² Judging by the fact that there are no known manuscripts later than the tenth century and no identified use of this manuscript text by a later writer, the conclusion seems reasonable that the Alphabetical Dioscorides eclipsed the popularity of the older Latin version.

Fourteen manuscripts, dating from the twelfth through the fourteenth centuries, are extant of the complete Latin Alphabetical Dioscorides manuscript family group.³ Dioscorides! "Preface" to *De materia medica* is the same text in both the Old Latin translation and the Latin Alphabetical Group.⁴ This "Preface" is included in a codex of miscellaneous medical texts found in Bamberg, Staatshibliothek Ms Med, 6, s. XIII, fols. 28v-9.⁵ The incipit reads "Incipit prologus sequentis libri per alphabetum transpositi secundum constantinum." According to the records of the Bamberger Staatsbibliothek, Karl Sudhoff saw this manuscript in March, 1915, and, apparently on the basis of Sudhoff's notes, Henry E. Sigerist reported that the

incipit indicates that Constantine the African (d. ca. 1085) is likely the one to whom the Alphabetical editorship is ascribed. In any case, Sigerist says, it indicated that the author of the incipit expected such a work to come from the Salerno region.⁶ Modern writers, however, have not included the Alphabetical Dioscorides among those works attributed to Constantine the African.⁷

There are approximately 696 entries in the Alphabetical Group, the exact number depending on the accounting procedures. In comparison the Old Latin translation has 831 chapter entries and the Greek text by Max Wellmann has 827. However, a comparison of items in the Alphabetical Dioscorides reveals that the Alphabetical Dioscorides has excluded many more entries than the statistics suggest because it includes entries on many new drugs, some with Arabic names, not in the Greek Dioscorides. Among the 96 items beginning with the letter "A", some fifteen are not found in Dioscorides' Greek text. Further a line by line comparison of those entries found in the Greek Dioscorides text and the Old Latin translation reveals that the editor was copying directly from the Old Latin translation.⁸ The so-called Latin Alphabetical Dioscorides was not a new Latin translation from the Greek, Arabic or Hebrew but a new pharmaceutical treatise based directly on Dioscorides. It contains a significant preponderance of new information on old drugs as well as a listing of new drugs and their virtues. A majority of the entries, some fifty-four of the ninety-six "A2s", for instance, take the Old Latin translation as the framework and add to the commentary.

An estimated thirty per-cent of the text is from entirely new sources. What the extra source or sources were is not determined. In 1874, Valentin Rose observed (in a brief note) that the editor was familiar with Pseudo-Oribasis, Isidore of Seville Evax-Damigeron, and Galen's *De simplicium medicamentorum*, but he did not observe that Arabic sources were used either directly

or indirectly.⁹ Some of the new information about old and new drugs bears some resemblance to Constantine's *De gradibus* and Isaac Judaeus' *Practice*, but these sources do not appear to be the only authorities. The only authors named are classical, namely, Galen, Hippocrates, and Cato.¹⁰ It is conjectural whether or not Constantine the African is the author-editor of the Alphabetical version. Normally, as an author, he was concerned with translations from the Arabic, but, in this case, he, or the author, merely added to the old text new authorities some of whom wrote originally in Arabic.

About 1300, Pietro d'Abano wrote a gloss on the Alphabetical Dioscorides.¹¹ His commentary is preserved in only one manuscript, Paris, B.N. lat. 6820, s. XIV-XV, which adds still more items to the listing of materia medica and more information about older drugs. When the text of the Latin Alphabetical Dioscorides was first published in Colle di Val d'Elsa, Italy, in 1478 and again in Lyons in 1512, the printers took the text of Paris B.N. Ms lat. 6820 as their basic text. Included in the Latin text ascribed to Dioscorides, are many of Pietro d'Abano comments which the printer did not distinguish from Dioscorides. Only a portion of the printed text is actually related to Dioscorides' original work.

A great need exists for a critical text of the entire Latin Alphabetical Dioscorides. It is important because Dioscorides' transmission is a veitable history of the knowledge of Western pharmacy during the Middle Ages. Medieval editors of the text and copyists of individual manuscripts added to Dioscorides' writing as a means of contributing their experiences with various drugs in the context of their needs. On the basis of this preliminary study, it seems likely that the Alphabetical version was authored by Constantine the African or, at least, it was almost certainly a product of the School of Salerno. At this point it can be said that the Alphabetical

Dioscorides was based on the Old Latin translation with a significant portion of its total information added by the author/ editor in the late eleventh or early twelfth century in order to bring Dioscorides up to-date.

Footnotes

1) Charles Singer, "The Herbal in Antiquity and its Transmission to Later Ages," *Journal of Hellenic Studies* 47 (1927), 34-5, reports incorrectly that there were two early Latin translations in addition to the Pseudo-Dioscorides' *Ex herbis femininis* tradition. See my article on "Dioscorides" in the forthcoming *Dictionary of Scientific Biography*, pp.119-123.

2) Munich, Bayerische Staatsbibliothek Ms lat. 337, s.X, 160 fols.; Paris, Bibliothèque Nationale, Ms lat. 9332, s.IX^m fols. 243-321v; Ms lat. 12,955, s.IX, fols. 1-197. K.Hoffman and T.M.Auracher began editing Munich 337 (*Römanischen Forschungen* 1 (1882) 49-105) and the project was continued by H.Stadler (*Ibid.* 10 (1897) 181-247, 369-446. 11 (1899) 1-121. 13 (1902) 161-243. 14 (1903) 601-636). Stadler used also BN 9332 for editing books 2-5. Book One, using BN 9332, is reedited by H.Miheuscu, *Dioscoride Latine Materia Medica libro primo* (Iasi, Roumania 1938). Paris, BN lat 12,995 was not known to any editor, yet it has the most complete text of *De materia medica*. In citing the Old Latin translation in this article I chose to use BN 12,995. There are many manuscripts containing fragments of the Old Latin translation.

3) A complete list is forthcoming in the *Catalogus Translationum et Commentariorum* series.

4) A critical text of the "Preface" was prepared by Hermann Stadler, "Die Vorrede des lateinischen Dioskorides," *Archiv für Lateinischen Lexicographie und Grammatik* 12 (1902) 11-20.

5) A full description of the Ms is given by F. Leitschuh and H.Fischer, *Katalog der Handschriften der kgl. Bibliothek zu*

- Bamberg (Bamberg 1887-1912) 1, pt.2, 433-5. I have seen this Ms.
- 6) Henry Sigerist, "Materia Medica in the Middle Ages," Bulletin of the History of Medicine 7 (1939) 420-1.
- 7) e.g. Heinrich Schipperges, Die Assimilation der Arabischen Medizin durch das lateinische Mittelalter (Wiesbaden 1964) 26-7; Rud. Creutz, "Der Arzt Constantinus Africanus von Montekassino ..." Studien und Mitteilungen zur Geschichte des Benediktiner Ordens und seiner Zweige, n.s. 19 (1929) 11-24.
- 8) For an example, compare the entry *alimus* in the Old Latin translation, represented by Paris, Bibliotheque Nationale Ms lat. 12,995, fol. 26v, with the alphabetical version, represented by Cambridge, Jesus College, Ms Q. D. 2, s. XII-XIII, fol. 19v.
- 9) Valentin Rose, "Ueber die medicina plinii. Hermes, 8, (1874) 38n.
- 10) Cambridge, Jesus College Ms Q.D.2., fols. 45 r&v, 48, 100.
- 11) Lynn Thorndike, Manuscripts of the Writings of Peter of Abano, Bulletin of the History of Medicine, 15 (1944) 216; Leo Norpoth, Zue Bio-, Bibliographie und Wissenschaftlehre des Pietro d'Abano, ... -Kyklos, 3, (1930) 306; and S.Ferrari, Per la biografia e per scritti di Pietro d'Abano, Atti della R.Accademia dei Lincei Anno CCCXII, 15 (1915), 682-683. All three authors report that Paris, B.N. Ms lat. 6819, is also of Pietro d'Abano's commentary but the Ms is merely of the Latin Alphabetical Dioscorides.

У.И. Каримов (СССР)

"ФАРМАКОГНОЗИЯ" АБУ РАЙХАНА БЕРУНИ И ЕЕ МЕСТО
В ИСТОРИИ ЛЕКАРСТВОВЕДЕНИЯ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ

Изучение сохранившихся трудов великого среднеазиатского ученого Абу Райхана Мухаммада ибн Ахмада ал-Беруни (973-1048) дало возможность исследователям установить огромный вклад этого замечательного ученого в историю развития физико-математических наук и поро-

дипло о нем большую литературу. Однако не все дошедшие до нас сочинения Беруни изучены в одинаковой степени, некоторые из них продолжают оставаться еще в виде малодоступных рукописей. В силу этого отдельные стороны многогранной научной деятельности ученого-энциклопедиста не нашли еще достаточного освещения и достойной оценки. Среди такого рода сочинений Беруни самым значительным и по содержанию, и по объему является его последний труд "Китаб ас-сайдана фи-т-тибб" ("Книга фармакогнозии в медицине").

Единственная рукопись арабского оригинала "Сайданы" была обнаружена в 1927 г. в Брусе (Турция). Вскоре после этого, в 1932 г., известный историк восточной медицины М. Мейерхоф опубликовал предисловие Беруни в арабском оригинале с немецким переводом. А в 1941 г. в Индии вышел сборник под названием "Беруниева картина мира", куда вошли извлечения из четырех произведений Беруни, в том числе из "Сайданы". Все последующие авторы свои суждения о "Сайдане" основывают, главным образом, на указанных публикациях.

В настоящее время нами подготовлен полный научно комментированный перевод "Сайданы" на русский язык вместе с исследованием памятника.

Беруни приступил к написанию "Сайданы", будучи уже глубоким стариком, когда у него очень ослабли зрение и слух. Поэтому к этой работе он привлек своего помощника — газнийского врача Абу Хамида ан-Нахша, который сделал извлечения из трудов других авторов, а также заготовил лекарственные средства, чтобы Беруни описал их по виду. Однако смерть Беруни, последовавшая 11 декабря 1048 г., помешала завершению "Сайданы", и она осталась в виде черновика.

Дошедшая до нас рукопись арабского оригинала книги состоит из 133 листов; она переписана в 1279 г. и изобилует всякого рода описками и ошибками, значительная часть которых вызвана наличием огромного количества неарабских слов, а также плохим состоянием авторского оригинала. Самым существенным дефектом рукописи является наличие в ней пяти больших лаун, составляющих около 18% первоначального объема текста. Из-за отсутствия другого списка "Сайданы" единственным источником, позволяющим восполнить эти лауны, является ее персидский перевод, выполненный в первой четверти XIII в. в Индии Абу Бакром ибн Усманом ал-Касани; выходцем из Касана в Фергане.

Беруни предпослал своему труду обширное предисловие из пяти глав, в которых с присущей ему проищательностью и оригинальностью он высказывает множество интересных мыслей. Здесь Беруни сначала говорит о происхождении слов сайдана (фармакогнозия) и сайданани (фармакогнос) от индийского чандан (сандаловое дерево). Из его слов мы узнаем, что фармакогнозия рассматривалась как первая ступень врачебного искусства, т.е. всякий посвятивший себя медицине человек прежде всего должен был овладеть необходимыми познаниями о лекарственных средствах. Определение, данное Беруни этой дисциплине, отличается своей конкретностью. "Сайдана, — пишет он, — знание простых лекарственных средств по их родам, видам и лучшим их формам, а также составление сложных лекарств по их записанным рецептам или соглас-

но предписанию заслуживающего доверия и правильно действующего исследователя". Далее особо подчеркивается большое значение в этой области как письменной, так и устной традиции.

Лекарства добывались из растений, животных и минералов, но подавляющее большинство применявшихся тогда лечебных средств было растительного происхождения. Например, из 1116 параграфов "Сайданы" 880 посвящены описанию лекарственных растений, их отдельных частей и органов, а также продуктов их выделения; всего в книге упомянуто около 750 видов растений. Количество же минеральных средств, описанных в "Сайдане", — 107, животных — 101.

Беруни основное внимание уделяет не сведениям о свойствах и действиях лекарственного средства, а его определению, т.е. установлению того, что оно из себя представляет, из какого растения или животного добывается, каковы признаки, указывающие на его чистоту и доброкачественность и т.п. При этом он особое значение придавал его названиям на различных языках и диалектах. Синонимы лекарственных средств имели не только чисто научное, но и большое практическое значение, ибо в медицинской и другой научной литературе того времени бытовало огромное количество иноязычных названий лекарств, подлинное значение которых было известно далеко не всем врачам и фармакологам. Дело усложнялось еще и тем, что одно и то же лекарство в разных местах называлось по-разному или, наоборот, одно и то же название в разных местах могло означать совершенно разные вещи, все это нередко приводило к большим недоразумениям. Беруни, сознавая всю важность этой проблемы, собрал и объяснил в своем труде свыше 4500 арабских, греческих, сирийских, индийских, персидских, хорезмийских, согдийских, тюркских и других названий растений, животных, минералов и продуктов, получаемых из них, и таким образом внес неоценимый вклад в упорядочение лекарственной терминологии своей эпохи. Наибольший интерес представляет для нас то, что во многих случаях он указывает местные названия лекарств, имевшие хождение среди жителей различных областей и даже городов Средней Азии, Афганистана, Ирана и Индии. На основании их можно составить определенное представление об ассортименте лечебных средств, производившихся и применявшихся тогда в этих странах, следовательно, и о местной врачебной традиции.

Описывая то или иное лекарственное средство, Беруни нередко приводит результаты своих собственных наблюдений, которые он собирал в течение многих лет в различных странах, где ему приходилось побывать — в Средней Азии, Иране, Афганистане и Индии. Поэтому, естественно, личный вклад Беруни в основном касается лекарственных средств, производившихся тогда в названных странах.

Особое внимание уделяет Беруни вопросу о замене одних лекарственных средств другими. Этот вопрос имел тогда очень большое значение, ибо не всегда и не везде можно было найти нужное лекарство.

Установлению ареала распространения лекарственных растений всегда придавалось большое значение. И в этом отношении "Сайдана" содержит богатый материал. Описанные в ней лекарственные средства производились в следующих странах: Средняя Азия, Афганистан, Иран,

Месопотамия, Аравия, Африка, Индия, Цейлон, Китай, Тибет, Непал, Бирма, Камбоджа, Малайский архипелаг, Армения, Азербайджан, Малая Азия, Греция, острова Средиземного моря, Италия, Испания.

Для написания своей "Сайданы" Беруни привлек огромное количество литературы, созданной учеными многих стран в течение почти полутора тысяч лет. Общее количество упомянутых им авторов доходит до 250, в их числе наряду с врачами имеются также естествоиспытатели, философы, историки, географы, путешественники, филологи и поэты. Многие из них не известны или известны лишь по имени, а сочинения их не сохранились. Поэтому содержащиеся в "Сайдане" цитаты из таких источников и сведения об их авторах представляют большой интерес с точки зрения истории науки и культуры народов средневекового Востока, в частности стран Центральной Азии.

Здесь в кратком выступлении трудно охватить все вопросы, затронутые в "Сайдане". Но и из сказанного ясно, что публикация этого труда Беруни окажет содействие освещению неясных сторон истории фармакогнозии на Востоке, в частности в Средней Азии, а также выяснению истоков появления многих лекарственных веществ, употребляемых в современной медицинской практике.

Lynn White (USA)

THE DIFFUSION OF THE LATEEN SAIL

The development and spread of fore-and-aft rigs which enable ships to sail more directly into an adverse wind than is possible with a square rig, are major problems in the history of transportation. Among fore-and-aft sails, the lateen has been the most widespread, extending from Ceylon and the Malabar Coast to Portugal. Indeed, in recent centuries it has been almost the exclusive form of sail on ships built around the Arabian Sea and the most common in the Mediterranean.

Historians generally have believed that the lateen originated in the Indian Ocean (1) and was brought to the Mediterranean by the Muslim conquests or shortly thereafter. However, Lionel Casson has recently shown (2) that several types of fore-and-aft rigs, including the lateen, were known in the Mediterranean by the time of the early Roman Empire, applied at least to small boats used for running between the Aegean Islands or about harbors like that at Ostia. There is no evidence that lateen rig

was applied to large merchant ships before the early sixth century when the contemporary biography of St. Caesarius of Arles (d. 542) mentions "tres naves, quas lateenas vocant, maiores, plenas cum tritice" entering the harbor of Marseille (3). The reason for this delay is probably that whereas a small lateen sail can be managed quite easily, the problem of shifting it to take advantage of the wind considerably increases as the length of the spar supporting it grows (4): only generations of experience with the new rig would enable seamen gradually to use it on larger vessels.

Casson's discovery of lateen sails in Roman seas destroys the idea that Islam brought them to the Mediterranean, but the hypothesis remains open that they may have been diffused either to or from the Arabian Sea by the vigorous Roman commerce with India (5) in exactly the same period when Casson finds the first Mediterranean lateens. The task, then, is to ascertain the date of the first lateens on the Indian Ocean or its adjacent gulfs.

In 1949, in an article that has been too generally overlooked, Pierre Paris (6) reviewed much evidence, failed to find any early lateens in the Arabian Sea, and noted that even among the Mediterranean Muslims the terminology of the lateen rig is of graeco-latin derivation. It may be added that the most acceptable etymology of lateen derives it from the early Latin adjective *latinus* in its primary meaning "easy, handy, convenient" (7). When *latinus* came to be used most commonly to indicate the Roman language, the early meaning dropped out of literary use, but it evidently continued in the vulgar tongue, since derivatives of it, especially in North-Italian dialects, continue to mean "easily moveable" (8).

In 1951 Hourani (9), while maintaining - on tenuous evidence - the Arab origin of the lateen in the Indian Ocean, acutely noted that the lateen can scarcely have been invented

in India itself because of "its absence today in inland waters, that is to say in regions remote from foreign influences" (10). In 1962 Lallanji Gopal asserted that representations of Andhra coins of the second and third centuries "indicate that the lateen sail was not unknown" (11). His sole specific reference, however, shows a coin which, as its editor points out, depicts a ship with two masts "each with a cross tree at the top" (12). It cannot, therefore, have been lateen rigged. Search not only in the relevant literature but likewise among the Indic coins of the British Museum and the American Numismatic Society has produced no evidence of lateens (13). Likewise in 1962, in a symposium at Venice that lamentably has not yet reached publication, Paul Adam (14) concluded that the lateen originated in the Mediterranean and was diffused thence to the Indian Ocean at some time not yet determined.

At the present, the first known fore-and-aft rig represented in Islamic art is shown on a ceramic dish of the thirteenth century in the Cairo Museum of Islamic Art; it was found at Fustat and therefore presumably represents a Mediterranean or Nile vessel (15). For the Arabian Sea, quite decisive evidence emerged in 1964 from a careful study of images of ships cut, from the thirteenth century onward, into the plaster of Muslim ruins along the east coast of Africa (16). There are three reasons for believing that these designs - which are not casual graffiti but purposeful drawings - are roughly contemporary with the plaster into which they are incised, and therefore probably with the buildings:

(1) Almost all of the pictures show ships, indicating a votive or talismanic intent in communities dominated by maritime commerce.

(2) They are found uniformly near the entrances of buildings. At some sites the structures were so decayed that their entrances were not identified by archaeologists until the finding of pictures of ships led to their discovery.

(3) The incised lines of these drawings indicate that they were cut not long after the plaster had hardened. In some cases the pressure of cutting compacted the fairly fresh plaster close to the lines in such a way that this plaster survives in the pattern of the ship whereas the adjacent plaster has fallen away.

The probability is high, therefore, that these engravings offer us a roughly datable sequence of pictures of the ships used by Muslim traders along the East African Coast from the thirteenth century onward. As regards the form of sails, the results are striking. Before about 1500, all sails shown in these drawings are square. After about 1500, all but one is lateen. The earliest is found in the so-called House of the Coweies at Gedi on the coast of Kenya. The conclusion is inescapable that the lateen sail was introduced to the Indian Ocean by the lateen-rigged caravels of the Portuguese.

In his *Decades*, Barros records the frustration felt by the Muslim merchants of Kilwa and Zanzibar when, to their amazement, the sturdy Portuguese caravels rounded the Cape to seize control of the commerce of the Indian Ocean: as they confessed, their own ships could not make such a voyage (17). Historians of shipbuilding have long recognized that very quickly these energetic Muslims began to try to match Portuguese naval power by constructing vessels on the European pattern: e.g., in 1507 an Arab merchant built a galleon on the Portuguese model in Gujarat (18). Indeed, James Hornell, the most systematic student of the sailing ships of the Indian Ocean, has pointed out that even in the early part of the twentieth century many vessels in those waters were still almost identical in form with sixteenth-century European ships of the same size (19). Yet the myth of the diffusion of the lateen from East to West has been so universally accepted that even Hornell assumed that it was indigenous to the Arabian Sea. In the light of the new evidence we must now conclude that

Portuguese rigging, as well as Portuguese hull design and construction methods, was adopted, and that in the sixteenth century square sails rapidly vanished from Eastern Muslim ships in favor of the novel lateen.

Why, if lateen sails had been known for some fifteen hundred years in the Mediterranean, did this useful rig not spread earlier by way of the Red Sea and the Persian Gulf to the Indian Ocean? The most probable answer is that the entire region of the Red Sea, Persian Gulf, South Arabia and Somalia is so lacking in timber suitable for ship construction that almost all vessels plying the Arabian Sea must have been built in India, although doubtless a few - at great cost - were made on its western shores of imported Indian wood. Throughout the Middle Ages there was constant merchant travel between the Mediterranean and India (20), but merchants do not build or sail ships; these arts belong to separate groups. Probably few Mediterranean shipwrights or sailors went to the Indian Ocean, and few from those waters reached the Mediterranean to see lateeners under sail and return to the shipyards of Malabar and Gujarat to give instruction in the building and handling of them. The aridity of the Near East, and its consequent dearth of forests, were an effective barrier to the eastward diffusion of the lateen. Within nine years, however, of Vasco da Gama's arrival in Calicut, the sharp-eyed ship designers and crews of the Indian Ocean were learning the nautical arts of Europe, presumably already including the lateen. Within sixteen years of da Gama, i.e. in 1514, we have Portuguese testimony that they were in fact using the lateen (21).

NOTES

- (1) The most elaborate development of this thesis is by Jean Poujade, *La route des Indes et ses navires* (Paris 1946), 144, 158-159, 295. Despite Poujade, the fore-and-aft sails of In-

onesia, East Asia and the Pacific appear, on structural grounds, to be of independent origin.

(2) His results are summarized in Lionel Casson, *Ships and Seaman-ship in the Ancient World* (Princeton 1971) 243-245, 268-269, figs. 175-182.

(3) *Vita S. Caesarii episcopi*, 2.1, in J.P.Migne, *Patrologia latina* 67. 1028. In the context of this passage, as was pointed out by J.Sottas, "An Early Lateen Sail in the Mediterranean", *Mariners Mirror* 25 (1939) 229-230, there is no valid reason to doubt the indication by Procopius, *De bello Vandali-co* 1.13, ed. H.D.Dewing, (Cambridge, Mass. 1961) 118, that the chief ships of Justinian's fleet, sailing in 533 from Constantinople under the command of Belisarius to conquer the Vandals, were equipped with triangular, i.e. lateen sails. After Casson's Roman examples, no Mediterranean pictures of lateen sails have been found earlier than ca. 880; see H.H.Brindley "Early Pictures of Lateen Sails", *Mariner's Mirror* 12(1926) 9-22. The best explanation is the lack of representational interest in the early medieval West and the scarcity of surviving pre-Iconoclastic Byzantine art save at Ravenna and St. Catherine's on Mt. Sinai. For the historiography of this sail, Alex Keller, "A Renaissance Humanist Looks at 'New' Inventions: The Article 'Horologium' in Giovanni Tortelli's *De Orthographia*", *Technology and Culture* 11(1970) 349, notes that in Rome, about 1450, Tortelli asserted that the lateen was an Amalfitan invention unknown to the ancients: "novum genus ve-lificandi: quod latinum vocant ab amalphantis ut fertur ex-cogitatum."

(4) See Alan Villiers, *Sons of Sinbad* (New York 1940) 30-31; Paris (infra, n.6), 89, n.53; 92.

(5) For an excellent recent addition to a large literature, see J.Innes Miller, *The Spice Trade of the Roman Empire*, 29 B.C. to A.D. 641 (Oxford) 1969).

- (6) Pierre Paris, "Voile latine? Voile arabe? Voile mysterieuse", *Hespéris* 36 (1949) 69-96.
- (7) Real accademia d'Italia, *Dizionario di marina medievale e moderno* (Rome 1937) 387; Henry and Renée Kahane, and Andreas Tietze, *The Lingua Franca of the Levant: Turkish Nautical Terms of Italian and Greek Origin* (Urbana 1958) 272. For latana in Arabic, see Hans Kindermann, "Schiff" in *Arabischen* (Zwickau, S.1934) 91. Raphael Levy, "French latine antenna", *Modern Language Notes* 46 (1931) 459-462 attempts a different derivation that is still Mediterranean.
- (8) Walther von Wartburg, *Französisches etymologisches Wörterbuch* (Basel 1950) s.v. latinus.
- (9) George F. Hourani, *Arab Seafaring in the Indian Ocean in Ancient and Early Medieval Times* (Princeton 1951) 103 can produce no better evidence than that "in the Indian Ocean, Arabic literature of the ninth and tenth centuries sometimes likens the ship's sail seen at a distance to the fin of a whale or a whale's spout." A bellying square sail seen at an angle gives such an impression. This fact is reflected, for example, in the illuminations of a Gujarati MS of ca. 1475 that conventionalizes square sails seen laterally into sickle-like forms; see K.Khandalavala and M.Chandra, *New Documents in Indian Painting: a Reappraisal* (Bombay 1969), figs. 73, 74 and plate 6.
- (10) Hourani, 101.
- (11) Lallanji Gopal, "The Art of Shipbuilding and Navigation in Ancient India," *Journal of Indian History* 40 (1962) 318.
- (12) Alexander Rea, "Andhra Coins from Gudirada", in "South Indian Buddhist Antiquities", *Archaeological Survey of India (New Imperial Series)* 15 (1894) 29; Plate XII, no. 52. Radha K.Mookerji, *Indian Shipping* 2nd edn. (Bombay 1957) offers no indication of lateens before the European penetration.
- (13) I am grateful for the kind assistance of Mr. N.W. Lowick of the Department of Coins and Medals in the British Museum, and of Col. Charles Panish of the American Numismatic Society.

- (14) Paul Adam, "A propos des origines de la voile latine", in Actes du VI^e Colloque international d'histoire maritime, Venice, Septembre 1962, M.Adam graciously made available to me a copy of his manuscript.
- (15) Pictured by Aly Mohammed Fahmy, Muslim Naval Organization in the Eastern Mediterranean from the Seventh to the Tenth Century A.D. 2nd edn. (Cairo 1966) 121; the provenience and date of this object were kindly supplied to me by Mrs. Wafiyah Ezzi of the Cairo Museum. Fahmy, 123, n.2, states that "whether the Muslims introduced or developed" the lateen sail is an obscure question on which he has no opinion.
- (16) Peter and Margaret Garlake, "Early Ship Engravings of the East African Coast", Tanganyika Notes and Records (1964) 197-206.
- (17) L'Asia di S.Giovanni di Barros, Deca I, Lib. 8, cap. 4, tr. Alfonso Ulloa (Venice 1562) Vol. I, p.151 : "E perchioche i Mori di questa costa Zanguebar navigano con navi e con zambuchi cuciti con coio, senza che sieno impegolate al modo delle nostre navi, per poter sofferire L'empito de'mari freddi della terra del capo di buona speranza, e questo con fortune e temporali fatti, e ancora hanno la esperienza in alcune navi perdute, che corsero contra questa parte del grande Oceano occidentale; non volsero imprendere questo scoprimento della terra che giace al ponente del capo delle correnti, ancora che molto il desiderassero come essi confessono; spetialmente quelli della città di Quilwa (Kilwa)che fu la maggiore scopritrice di tutte le città di quella costa."
- (18) W.H.Moreland, "The Ships of the Arabian Sea about A.D.1500" Journal of the Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland (1939) 181? T.M.Johnson and J.Muir, "Portuguese Shipbuilding in the Persian Gulf",- Mariner's Mirror, 48, (1962) 58-63.
- (19) James Hornell, "The Origins and Ethnographical Significance of Indian Boat Designs",-Memoirs of the Asiatic Society of Bengal, 7; no. 3 (1920) 143-144, 201.

(20) See for example, Shelomo D. Goitein, "Letters and Documents on the India Trade in Medieval Times", -Islamic Culture, 37, (1963) 188-205.

(21) Henrique Quirino da Fonseca, A caravela portuguesa e a prioridade técnica das navegações henriquinas (Coimbra 1934) 149-150.

Jerry Stannard (USA)

EASTERN PLANTS AND PLANT PRODUCTS IN MEDIEVAL GERMANY

One of the many legacies inherited by the Middle Ages from classical antiquity, was an interest in the products obtained from various Eastern plants. In classical antiquity, such exotica as cinnamon, ginger, pepper, aloes, and henna played an important role, not only as articles of commerce, but in medicine, dietetics, and cosmetics as well. They continued to be mentioned in medieval scientific and medical writings, despite the fact that they were not easily obtainable and that knowledge concerning their origin remained much at the level of Dioscorides and other classical writers on materia medica.

In classical times, exotica were normally known in the form of dried commercial products - seeds, bark, roots, and gummy exudations - which could be purchased, at least in the larger cities in shops or from vendors. There were, in addition, a few reasonably accurate descriptions of several of them, based on eyewitness accounts. But in the transmission of ancient learning to the early Middle Ages, information was lost, and much of what survived was copied and recopied to the point where fact and fiction were indistinguishable. There was, moreover, neither the opportunity nor the desire to test the reports that had been transmitted from antiquity. Under these circumstances, it seems worthwhile to examine what was known about Eastern

plants and their products in an area, remote in both place and time, from the beginnings of Western science.¹

Because products of vegetable origin occupied a dominant position in *materia medica*, it is not surprising that the earliest evidence regarding exotica in medieval German writings is found in medical texts. The oldest published medical document in German, preserved in a Basel manuscript of the eighth or ninth century, contains two short recipes. In the former of these Basler Recepte, as they are commonly called, four exotica are included along with several European indigenes.² The exotica were *murra*, *uuirôh daz rôta*, *peffur*, and *uuirôh daz uuizza*.³ The occurrence of vernacular names for these plant products is of interest because it means that by the time the recipe was written, some synonymies had already been established. Perhaps the anonymous compiler had access to a glossed text or to a bilingual glossary. The latter, however, need not have been a medical glossary. Since *myrrha* and *tus* the older name for frankincense or *Weihrauch*, also occur in the Bible, a collection of Biblical glosses with German synonyms would have been of use.⁴ *Peffur*, from Latin *piper*, does not occur in the Bible, but it was so often mentioned in classical writings that it is difficult to believe that it was entirely unknown, at least to educated persons.⁵

An example of a glossed text, similar to that hypothesized above, is known in the form of a ninth century recipe *contra febrim*.⁶ This contained the names and amounts of 65 drugs of plant origin, of which 10 were exotica, viz.: *zedoary*, *cinnamon*, *ginger*, *costus*, *rhubarb*, *pepper*, *cloves*, *galanga*, *myrrh*, and *frankincense*. Most of the indigenes were glossed in superscript with Old High German synonyms, while the names for the exotica were either translations or transliterations of the originals.

In neither the Basler Recepte nor in the *remedium contra febrim* is there any explicit evidence that the exotica mentioned

were actually available or that their compilers had any personal knowledge of their botanical or geographical origin. If these recipes were based on lost, Latin recipe collections, typified by the writings of Cassius Felix, which incidentally were known in southern Germany by the eighth century,⁷ then one might assume that this was another case of copying recipes with no assurance that their ingredients were locally available.⁸ As regards the second point - personal knowledge of the exotica - there is no evidence of that either. But from several different lines of evidence, we may suppose a dim knowledge existed concerning their origin, thought/ this undoubtedly derived from classical sources or from an intermediary such as Isidore. For example, in a ninth century receptarium, one of the ingredients in a *remedium ad omnes tribulationes corporis* is *costus transmarinus*.⁹ *Costus*, the dried root of *Saussurea lappa* Clarke was well known in antiquity and often described as one of the Eastern ¹⁰. Since it was said to be native to India, Arabia, and Syria, the description of *costus* as *transmarinus* was appropriate, even if not precise by modern standards.

Further evidence concerning Eastern plants may be derived from glossaries. However, because they are more concerned with words than the objects denoted by the words, brevity may conceal either ignorance or knowledge regarding the definienda. They are, nevertheless, valuable indices of the state of botanical knowledge. In a tenth century Latin manuscript, with Old High German glosses, *bdellium*, a gum resin obtained from the Asian palm *Borassus flabelliformis* Mur., is described as "*folliculus qui in foliis ulmi nascitur et intro jacet similis myrre perlucidum*,"¹¹ It would take another paper to try to unravel this strange error, which is a good example of how inadequate information bred further misinformation.¹² *Dragon blood*, or *sanguis draconis*, is defined as *succus herbe* in a fourteenth century glossary.¹³ This is correct, as far as it goes, for it is the dried, blackish resin from *Calamus draco* Willd. But apparently this information was not

widely disseminated, or else it was doubted, for in a fifteenth century receptarium, there is a recipe for *sangwinem draconum* whose essential ingredient was blood from the vein of the right arm of a young man of 24 years of age.¹⁴

The same purpose that led to the compilation of glossaries lay behind the more ambitious encyclopedias of the twelfth and thirteenth centuries, viz., the preservation of selected passages from classical texts on specific and useful subjects. Beginning in the ninth century with Rabanus Maurus' *De universo* which includes a discussion of sixteen Eastern plants in Book XIX, the encyclopedic tradition was continued by Hildegard of Bingen, Everhard of Wampen, Konrad of Meigenberg, and in a more scientific vein, by Albert the Great, whose *De vegetabilibus* is only one part of his larger program. Each of these writers included many Eastern plants in their chapters on aromatic herbs and trees. Unlike Rabanus, who was primarily interested in the symbolic value of plants, many of which he had not seen, the later encyclopedists approached the subject for medical or scientific reasons. From the standpoint of botany, the encyclopedists added little new information. But from an historical standpoint, their compilation is important, for it indicates the influence of Islamic science and Salernitan medicine. This is particularly true in the case of Albert, who was one of the earliest German writers to describe the coconut, banana, and orange.¹⁵ His description of the coconut, or *nux indica*, appears to have been based on personal knowledge. His description of the banana, however, which unlike the coconut is highly perishable and cannot easily be shipped without refrigeration, begins with the tell-tale narrator, suggesting that his description was borrowed from a literary source, probably Arabic.

As the medieval world gradually expanded, thanks, in part, to increased travel and commerce, better knowledge was acquired of Eastern plants. In 1408, an anonymous pilgrim from the lower Rhine described his travels in the Holy Land.

About 25 plants are described, most of which, apparently, he had seen. Yet the past retained its grip, for he reported that galanga, zedoary, and ginger were hot to the taste because they came from India.¹⁶

The invention of printing, and the consequent widened dissemination of information helped to dispel the provincialism of medieval botany. Whether the anonymous author of the celebrated *Hortus sanitatis germanice* actually visited the foreign lands he claimed to have, and whether he actually observed tapsia and turbit, both mentioned for the first time in German scientific writings, or any of the other 50 Eastern plants mentioned, is difficult to decide.¹⁷ But there is no doubt that this famous incunable herbal helped to prepare the way for the *patres botanici* of the early sixteenth century.¹⁸

REFERENCES

1. For an excellent specimen study devoted to one plant, cf. Hans Lauer, "Zur Tradition exotischer Drogen : faufal (Areca Catechu L) - die Betelnuss." *Sudhoffs Archiv* 50 (1966) 179-204.
2. Karl Sudhoff, "Die gedruckten mittelalterlichen medizinischen Texte in germanischen Sprachen." *Sudhoffs Archiv* III/4-5 (1909) 274, Nr.1. Both recipes, but with considerable differences in transcription, are printed in Wilhelm Wackernagel, *Altdeutsches Lesebuch*. 5. Aufl. Basel, 1873, Cols 233-234.
3. The distinction between the red and white forms is not clear. Weiss Weihrauch or olibanum is a gum resin derived from several species of *Boswellia*, especially *B. Carteri* Birdw. The best commercial grades are reported to be nearly colorless, while inferior grades (? rot Weihrauch) range from pale yellow to brown. Rufinus (ca. 1280) distinguished between olibanum clarum et album and ol. obscurum, L.Thorndike, *The Herbal of Rufinus*. Chicago, 1949 p.212.

4. Thus and myrrha occur together in Matth. II, 11 and Cant. Canticorum III, 6. For Biblical glosses with German synonyms, see Adolf Holtzmann, "Die alten Glossare." Germania 8 (1863) 385-414.
5. Walafrid Strabus (ca. 850), wrote: Hoc (sc. pulegium) apud Indorum tanti constare paritos / Fertur, apud Gallos quanti valet Indica nigri/ Congeries piperis Hortulus, ed. G.H.M. Lawrence, Pittsburgh, 1966. Capp. 19.
6. Sudhoff, op. cit. p. 275.
7. Alois Fauser, "Ein Dillinger Fragment einer therapeutischen Schrift aus einer Unzialhandschrift des 8. Jahrhunderts". Sudhoffs Archiv 40 (1956) 156-167.
8. Cf. Jerry Stannard, "Greco-Roman Materia Medica in Medieval Germany" (in press).
9. Julius Jörimann, Frühmittelalterliche Rezeptarien, Zürich, 1925, p. 21.
10. Dioscoride, mat. med. I. 16; Pliny, Hist. Nat. XII 41; Galen XII, 40 K.
11. F.W.E. Roth "Althochdeutsches aus Trier." Ztschr. f. deutsches Altertum 52 (1910) 174.
12. For some of the causes of medieval botanical errors, J. Stannard, Medieval Reception of Classical Plant Names." Revue de Synthèse, III sér. Nos. 49-52 (1968) 153-162.
13. M. Kleemann, "Ein mittelniederdeutsches Pflanzenglossar." Ztschr. f. deutsche Philologie 9 (1878) 207b.
14. G. Jenny, "Alte Recepte und Hausmittel." Alemannia 19 (1891) 35.
15. Albertus Magnus, De vegetabilibus libri VII. Edd. C. Jessen et E. Meyer. Berlin, 1867. P. 416 (coconut), 347 (banana); 363 (orange).
16. R. Köhricht und H. Meisner, Ein niederrheinischer Bericht über den Orient. - Ztschr. f. deutsche Philol. 19 (1886) 85.
(Cf. pp. 80-86 for descriptions of the plants.)
17. Hortus Sanitatis germanice. Mainz, 1485. Capp. 401-404.
18. J. Stannard, "The Herbal as a Medical Document. - Bull. Hist. Med. 43 (1969) 212-220.

Arslan Terzioğlu (Türkei)

DIE SEKTION IN DER ISLAMISCHEN MEDIZIN,
BELEGT DURCH DIE HANDSCHRIFTEN
DER BIBLIOTHEKEN IN ISTANBUL

Bisher waren die Medizinhistoriker der Ansicht, dass es in der islamischen Medizin die Sektionen nicht gab, da die islamische Glaubenslehre die Vornahme von Leichenzergliederungen verpönte, obwohl die islamischen Ärzte über Anatomie zahlreiche Abhandlungen mit Abbildungen verfasst hatten. Bemerkenswerterweise behauptet aber Ibn Abi Usaibia in seiner berühmten Ärztegeschichte "Kitab Uyun al-anba fi tabaqat al-etibba" aus dem XIII. Jhd., dass der Arzt Juhanna bin Masawaih an einem Affen aus Nubia die Sektion vorgenommen habe. Ibn Abi Usaibia berichtet darüber folgendes: "..... Wie Jusuf weiter berichtet; im Ramadan-Manat des Jahres 221 H. (836 n.Chr.) kam Emir (Fürst) von Noewbe (Nubia) nach Samarra (richtige Schreibweise Sirri Menreay). Unter den Geschenken, die er dem Khalif Mustasim mitgebracht hatte, waren auch die Affen dabei. Ich war während des 2. Sevval dieses Jahres (836 n.Chr.) beim Juhanna (bin Masawaih). Als ich ihm Vorwürfe gemacht hatte, warum er (Juhanna) nicht am Empfang von Emir von Noewbe teilgenommen hatte, obwohl die anderen berühmten Ärzte Selmevi Bachtischua und Djirdjisch dabei waren. In dem Augenblick kam ein türkischer Soldat der Leibgarde des Khalifen. Er hatte einen grossen Affen mitgebracht. Ein solch grosses Prachtexemplar hatte ich noch nicht gesehen. Dieser Affe war ein Geschenk des Emirs von Noewbe. Er sagte zu ihm, dass der Herrscher der Gläubigen (Khalif) befohlen hatte, dass er (Juhanna) diesen mit seinem Affen Hamahim paaren solle. Juhanna (bin Masawaih) hatte ein Affenweibchen mit dem Namen Hamahin. Er konnte sich von ihm keinen Augenblick trennen.

Juhanna war von dem Befehl des Khalifen gekränkt. Er sagte der Leibwache: Bitte, sagen Sie dem Herrscher der Gläubigen, dass ich meinen Affen nicht für diesen Zweck gross gezogen habe. Ich will diesen Affen zur Sektion verwenden und wie Galen ein

Buch darüber schreiben, welches ich dem Herrscher der Gläubigen widmen möchte. Da mein Affe noch zu jung ist, sind die Adern und andere Teile noch sehr dünn. Deswegen warte ich, bis die Körperteile richtig ausgewachsen sind. Wie ich sehe hat dieser Affe, den er mir geschickt hat, die richtige Grösse, Der Herrscher der Gläubigen soll wissen, dass ich ein Buch verfassen werde, das es im Islam bis jetzt nicht gab. Er (Juhanna) verfasste später ein Buch über die Sektion, die er bei diesem Affen vorgenommen hatt. Dieses Buch ear so ausgezeichnet, dass er nicht nur bei seinen Freunden, sondern auch bei seinen Feinden Anerkennung gefunden hat." 1)

Dieser Bericht von Ibn Abi Usaibia beweist, dass schon in der ersten Hälfte des IX. Jhds in der islamischen Medizin die Sektion an Affen vorgenommen wurde.

In dem in persischer Sprache verfassten Werk "Noma-i Danishwaran" wird berichtet, dass der Arzt Juhanna bin Massawaih einen Raum für die Sektion am Ufer des Tigris errichtet hatt²⁾. Später wurde die Tiersektion auch von Rhazes durchgeführt. Die Anatomie des Auges zählt zu den Glanzpunkten der anatomischen Forschungen des Rhazes. Vor Rhazes hatte Hunain ibn Ishaq in seinem Werk "Zehn Abhandlungen über das Auge" eine schematische Darstellung der Anatomie des Auges aufgezeichnet. Dieses Manuskript befindet sich in der Taimur-Bibliothek in Kairo³⁾. Avenzoar (gest. 1162) erzählt selbst in einer Jugendschrift, dass er die Anatomie an Knochenpräparaten studiert hatte. Er hat sogar einmal an seinem 7 Jahre alten Sohn eine Venaesektio vorgenommen. Avenzoar nahm an einer Ziege den Kehlkopfschnitt, später an einem Menschen vor⁴⁾.

Der grossmongolische Herrscher Dechachangir (gest. 1627) liess sogar einen Löwen sezieren, um die Lage seiner Gallenblase festzustellen⁵⁾.

Avicenna (Ibn Sins 980 - 1037 n.Chr.) war der Wiedererwecker des anatomischen Interesses im Abendland geworden. Kaiser Friedrich II, der sämtliche Schriften des Avicennas gelesen

hatte, machte an den ihm unterstehenden Universitäten von Neapel und Salerno das Studium der Anatomie nach Lehrbüchern wie auch nach Tiersektionen wieder zur Pflicht für die Studenten der Medizin. Der Bologneser Chirurg Wilhelm von Saliceto versuchte die Anatomie von Avicenna wieder für die Chirurgie nutzbar zu machen⁶⁾.

Der Anatom Mondino de Liucci (1275-1326), der bei der Ärzteschule Bologna studierte, wagte als erster abendländischer Arzt eine menschliche Leiche zu sezieren. Einige islamische Ärzte versuchten mit ihren eigenen Beobachtungen die Galenische Anatomie zu überprüfen.

Abd al-Latif (1162-1231) konnte nach der Untersuchung von zweitausend Skeletten im Totenhügel von Kairo mehrere Irrtümer Galen's in der Osteologie berichtigen⁷⁾.

Der berühmte islamische Arzt Ibn an-Nafis (geb. 1210) hatte schon im XIII. Jhd. vor Miquel Servede (1509-1553) den kleinen Blutkreislauf in seinem "Kommentar zur Anatomie des Canons des Ibn Sina" richtig beschrieben. Seine Entdeckung wurde erst Anfang des XX. Jhd. durch at-Tatawi bekannt gemacht⁸⁾.

Die Sektion bewies, dass Ibn an-Nafis den kleinen Blutkreislauf richtig beschrieben hatte. Seine Entdeckung beruht ohne Zweifel auf seinen sorgfältigen Beobachtungen und vorurteilsfreien Forschungen. Ibn an-Nafis hatte (wie Ibn Abi Usaibia) in dem berühmten Krankenhaus in Damaskus, welches von dem türkischen Fürsten Nureddin Zengi im Jahre 1154 gegründet wurde, Medizin studiert. Später war er als Chefarzt des saladinischen Krankenhauses in Kairo tätig.

Wie haben die angehenden islamischen Ärzte die theoretischen sowie praktischen Kenntnisse in der Anatomie erworben? Haben die islamischen Ärzte Sektionen an menschlichen Leichen vorgenommen? Die Antwort zu diesen Fragen findet man in dem bisher nicht beachteten aber interessanten Werk "Enmuzecüt-tib", des türkischen Arztes Emir Celebi (gest. 1639), der in Kairo

Medizin studierte und eine Zeitlang als Arzt im berühmten Kallaun Krankenhaus in Kairo tätig war⁹⁾.

In der am 11. Juni 1625 in türkischer Sprache verfassten medizinischen Abhandlung "Enmuzec-üt-tib" hat der Verfasser Emir Celebi die Wichtigkeit der Anatomie für die Ausbildung der Ärzte hervorgehoben. Auf Seite 628 dieses Werkes schreibt er folgendes:

"..... Ein Kandidat der Medizin soll den Anatomie-Unterricht von einem Lehrer lernen, der darüber vollkommene Kenntnisse besitzt. Die Anatomie kann man nicht nur theoretisch aus Büchern oder Vorlesungen lernen. Der Arzt soll seine anatomischen Kenntnisse praktisch bei den Sektionen an menschlichen Leichen der Kriegsschauplätze oder auch an Tieren, wie Affen, Schweinen oder Tieren, die einen ähnlichen Körperbau wie die Menschen haben, erwerben.

Bei der Sektion der Affen oder Schweinen muss der Arzt zuerst das Venensystem, die Nerven, die Lungen, die Leber, den Magen und Darm untersuchen....."¹⁰⁾.

Diese Angaben des osmanischen Leibarztes Emir Celebi¹¹⁾, der nach Andreas Vesalius (1514-1566) zur Zeit des William Harvey lebte, bestätigt, dass die Sektionen von Affen und Schweinen, aber auch der Menschenleichen, die man auf Kriegsschauplätzen fand, für die Ausbildung der islamisch-türkischen Ärzte, neben dem theoretischen Anatomie-Unterricht eine Voraussetzung war. Deswegen ist dieses in der türkischen Sprache verfasste Werk für die Geschichte der Anatomie von grosser Bedeutung.

Auch die Behauptung von PUSCHMANN¹²⁾ sowie anderen Medizinhistorikern sind nicht richtig, dass "die Sektionen menschlicher Leichen durch den religiösen Glauben der mohammedaner verboten wurden". Im Koran gibt es keine Stelle, die die Sektionen an Tieren sowie an menschlichen Leichen verbietet¹³⁾. In der aus dem Jahre 1495 stammenden Stiftungsurkunde des Fatih Krankenhauses in Istanbul wird ausdrücklich betont, dass die Ärzte

dieses Krankenhauses Erfahrung in der Anatomie (Ilmi Tesrih) besitzen sollen¹⁴⁾. In der türkischen medizinischen Schule Süleymaniye, die vom Sultan Süleyman dem Prächtigen im Jahre 1555 gegründet wurde, ist Anatomie-Unterricht, wie die Archivdokumente bestätigen, abgehalten worden¹⁵⁾. Nach der Eröffnung der modernen medizinischen Schule in Istanbul im Jahre 1827, hat der türkische Sultan Abdul Mecid (1839-1862) mit einem Dekret die Sektion menschlicher Leichen befohlen. Wenn die Sektionen menschlicher Leichen durch den religiösen Glauben der Mohammedaner verboten gewesen wären, hätte der türkische Sultan Abdul Mecid, der gleichzeitig Kalif war, die Sektion in der medizinischen Schule nicht zugelassen. In der von Mehmed Ali Pascha in der in Kairo gegründeten medizinischen Schule Ebü Zabel, wurde von Clot Bey am 20. Oktober 1827 die Sektion menschlicher Leichen vorgenommen¹⁶⁾.

A n m e r k u n g e n

1. Ibn Abi Usaibia: Kitab Uyun al-anba fi tabaqat al-etibba. Hrsg von August Müller. Kairo, 1882, Bd. I, S. 178.
2. Browne, E.G.: Arabien Medicine. Cambridge, 1921, S.36-37.
3. Ciba Zeitschrift, Basel 96 (1944), S. 3441.
4. Görnitz, Walter: Wächter der Gläubigen. Hamburg (1930) S.135.
5. Burgham, Edward: Die orientalischen Ärzte der Grossmoguln. Ciba Zeitschrift. Basel 63 (1938) S.2181.
6. Görnitz, Walter: u.a.O., S.118.
7. Abdollatiphii: Hist. Aegypt.ed.White. Oxon. 1800, S.277.
8. El-Tatawi, mohyi el din: der Lungenkreislauf nach el Koraschi. Inaug. Diss. Freiburg i.Br. 1924 (ungedruckt)
9. Handschriftexemplar von Enmuzec-üt-tib in Universitäts-Bibliothek von Istanbul, Yildiz, Medizinische Handschriften Nr.28, Varak 2-3.
10. Viele Handschriftexemplare dieses medizinischen Werkes existieren in Istanbul Bibliotheken. Ein Exemplar dieses Werkes ist im Besitz vom Institut für Geschichte der Medizin in

Ankara (Direktor: Prof.Dr.F.N.UzluK). Dieses Exemplar ist am 25. Januar 1632 abgeschrieben worden.

11. Emir Celebi wurde wegen seiner Fähigkeiten zum Leibarzt von Sultan Murad IV. ernannt, wie er in seinem anderen medizinischen Werk "Neticet-üt-tib" angibt. Dieser bemerkenswerte türkische Arzt ist im Jahre 1639 gestorben. Adivar, A.: Osmanli Türklerinde Ilim, Istanbul, 1970, S.112.
12. Puschmann, Th.: Geschichte des medizinischen Unterrichts. Leipzig 1889, S. 137.
13. UzluK, F.N.: XIX. asrin basinda Misir maarifi ve ilk Tib Mektebi. Dirim, 8 (1937), S.3.
14. Hazine-Bibliotheksarchiv im Tapkapi-Schloss-Museum Nr.16/1141
15. Basvekâlet Archiv, Tip Dosyasi Nr. 759.
16. UzluK, F.N.: a.a.O., S.3.

М.М. Рожанская (СССР)

О КИНЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ

Под тем, что в значительной степени условно называют кинематикой средневекового Востока, обычно понимают одно из основных направлений средневековой астрономии – кинематико-геометрическое моделирование движений небесных тел. Начало тому изучению положено, как известно, еще в античную эпоху. Классическим образцом такого кинематического анализа является теория Птолемея, изложенная в его "Алмагесте".

К начальному этапу развития кинематического направления на средневековом Востоке – усвоению греческой и индийской (в свою очередь тесно связанной с греческой) научных традиций – относится перевод и комментирование Птолемея и индийских сиддхант. Долгое время считалось, что единственная заслуга средневековых восточных ученых состоит в сохранении и передаче в Европу греческого и отчасти индийского научного наследия, т.е. развитие науки этого периода сводилось собственно говоря к ее первоначальному этапу.

Исследования последних лет внесли существенные изменения в эту, казалось бы, уже укоренившуюся оценку. Комментирование Птолемея в дальнейшем явилось лишь отправной точкой в творчестве многих ученых Востока. Кинематико-геометрическое моделирование в трактатах IX–XII вв. тесно связано, в частности, с развитием математических

методов, как вычислительных, так и методов изучения функциональных зависимостей, связывающих параметры движения небесных тел.

Мы остановимся на двух сочинениях, относящихся к IX–XI вв., в которых кинематические явления исследуются с помощью инфинитезимальных приемов. Речь идет об описании движения Солнца в одном из астрономических сочинений Сабита ибн Корры [1] и шестой главе "Канона Мас уда" ал-Бируни [2].

Известно, что класс инфинитезимальных проблем, решение которых было связано с рассмотрением бесконечных процессов, предельных переходов и т.п., был выделен еще в античной математике. Еще Архимед, а затем и ученые средневекового Востока, в частности Сабит ибн Корра, применяли эти приемы к решению задач статики (например, нахождение центров тяжести плоских фигур и тел). В рассматриваемых сочинениях разработаны новые инфинитезимальные методы для изучения неравномерного движения точки по окружности (на примере движения Солнца), которое выделяется как кинематическое явление и становится предметом детального математического исследования.

Ибн Корра исходит из эксцентрической модели Птолемея. Свои рассуждения он формулирует в виде четырех предложений, два из которых — чисто геометрические. В первом из них доказывается, что "во всяких двух круговых сегментах, опирающихся на одну прямую линию, один из которых больше другого, угол, вписанный в меньшую дугу, больше угла, вписанного в большую". Во втором предложении это утверждение распространяется на углы, вписанные в дуги окружностей произвольного радиуса, опирающихся на общую хорду. В третьем и четвертом предложениях ибн Корра применяет их к доказательству движения Солнца по эклипике.

В третьем предложении доказывается, что видимое движение Солнца по эклипике ускоряется там, где она приближается к эксцентру и замедляется там, где эклиптика удаляется от него; наибольшее значение ускорения и замедления достигается в апогее и перигее. В четвертом предложении утверждается, что видимое неравномерное движение Солнца по эклипике совпадает со "средним" равномерным его движением по эксцентрическому кругу только для двух симметричных точек эклиптики, находящихся на ее пересечении с диаметром, проходящим через центр Мира перпендикулярно оси апсид. Свои рассуждения ибн Корра проводит для произвольных конечных дуг $\Delta\bar{\lambda}$ и $\Delta\lambda$ эксцентра

и эклиптики и сводит их к сравнению отношений $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\bar{\lambda}}$ в окрестности

этих точек, полагая длину $\Delta\bar{\lambda}$ достаточно малой, т.е. фактически со-

вершает предельный переход $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\bar{\lambda}} \rightarrow 1$ при стягивании дуги $\Delta\bar{\lambda}$ в точку.

Говоря о совпадении "истинного движения" и "среднего движения" в этих точках, он по сути дела достаточно близко подходит к понятию скорости точки в данный момент времени — мгновенной скорости.

Бируни в своем исследовании¹ сочетает геометрические приемы с анализом поведения уравнения Солнца $\Theta(t) = +|\lambda - \lambda_1|$ и их разностей в окрестности указанных точек. В начале доказываются три теоремы, первая из которых гласит, что в рассматриваемых точках $\Theta(t)$ достигает максимума, т.е. что для равных дуг

$$\Delta \bar{\lambda}_0 = \Delta \bar{\lambda}_1 = \Delta \bar{\lambda}_2 = \dots$$

$$\Theta_0 < \Theta_1 < \Theta_2 < \dots < \Theta_{\max}$$

В двух других теоремах Бируни рассматривает убывающую последовательность

$$\Delta_0 \Theta > \Delta_1 \Theta > \Delta_2 \Theta > \dots$$

при перемещении Солнца от апогея к точке максимума $\Theta(t)$ и возрастающую последовательность

$$\Delta_0 \Theta < \Delta_1 \Theta < \Delta_2 \Theta < \dots$$

при его дальнейшем перемещении к перигею. Последовательности значений разности уравнений $\Delta \Theta$ соответствуют последовательности равных конечных дуг эксцентра, если предположить, что эти дуги достаточно малы. Суть его рассуждений сводится к утверждению, что скорость видимого движения Солнца достигает максимума и минимума в перигее и апогее; при перемещении Солнца по эклиптике происходит непрерывное возрастание и убывание ее. Бируни связывает это с непрерывным возрастанием и убыванием "разностей уравнения", обращаясь в нуль в точках его максимума. "Замедление движения в апогее, — говорит он, — переходит в его ускорение в перигее только после того, как оно проходит через равенство его и среднего движения в месте наибольшего угла для уравнения. Изменение [его] по обе стороны от этого места не ощущается, так как разность [уравнений] начинает уменьшаться от апогея до этого упомянутого места, потом как бы исчезает в нем, а затем увеличивается, пока Солнце не достигнет перигея" [2, стр. 661].

Литература

1. Книга, сочиненная Сабитом [ибн Коррой] о замедлении и ускорении движения по зодиакальной орбите в соответствии с ее расположением относительно эксцентрической орбиты. Рукопись Парижской национальной библиотеки (Cod 2457/13).
2. Abū Rayhān Muhammad b. Ahmad al-Bīrūnī. Al-Qununu'l-Mas'ūdī. (Canon Masudicus), vol. I-III. Hyderabad, 1954-1956.
3. O.Schirmer. Studien zur Astronomie der Araber. — Sitzungsberichte der phys. — med. Sozietät zu Erlangen, Bd. 58 (1926), S. 33-43.
4. W.Hartner, M.Schramm. Al-Biruni and the solar apogee. — Symposium on the hist. of science, Oxford, 1961.

¹ Нам неизвестно, знал ли Бируни о трактате ибн Корры. Во всяком случае он ничего не говорит об этом.

СОДЕРЖАНИЕ
TABLE DES MATIERES

Секция III: ИСТОРИЯ АНТИЧНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Section III: HISTOIRE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES DANS L'ANTIQUITE

А.А. Вайман (СССР) – Протошумерские системы мер и счета	6
Б.Е. Туманян (СССР) – Древнейшие наскальные астрономические рисунки, обнаруженные в Армении	12
В. V. Subbarayappa (India) – Metal technology in ancient India based on archaeological data	13
Б.А. Шрамко (СССР) – Развитие ремесел у населения Скифии в VII–III вв. до н.э.	18
Andrienne R. Weil (France) – Contribution de l'analyse a l'histoire des techniques de l'antiquité	21
И.Д. Рожанский (СССР) – О физической теории Анаксгора	25
М.Д. Ахундов (СССР) – О математическом атомизме Демокрита	28
Я.Г. Дорфман (СССР) – Молекулярная физика Платона	30
М. Паев (СССР) – О двух математических местах в сочинениях Платона	34
Elfriede Tielsch (West-Berlin) – Der Einfluss des Platonischen und Aristotelischen Idealismus-Materialismus auf die Deutung der Geschichte der griechischen Naturwissenschaft und Kulturtheorie	37
Р.Б. Гамалина, Л.А. Фрейберг (СССР) – Геометрические вопросы в "Оптике" Евклида	45
А.В. Ахутин (СССР) – Проблема эксперимента в античной науке	49
Georg Harig (DDR) – Die Stellung der Gradlehre in der theoretischen Pharmakologie Galens	51

Секция IV. ИСТОРИЯ СРЕДНЕВЕКОВОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Section IV: HISTOIRE DES SCIENCES ET DE TECHNIQUES AU MOYEN AGE

A. Mazaheri (France). Formes "sounnites" et formes "chi'ites" des chiffres arabes au les avatars des chiffres indiens en islam	60
Roshdi Rashed (France). L'arithmetisation de l'algebre au II ^{eme} siecle	63
Г. Собиоров (СССР) – Методы определения синуса одного градуса на Ближнем и Среднем Востоке в XV–XVII вв.	70
Malgorzata Frankowska-Terlecka (Poland) – Some considerations on the role of the mediaeval postulates to base scientific cognition on mathematics	72
Г.П. Матвиевская (СССР) – Теория квадратичных иррациональностей и теория отношений в Европе до XVII в.	77
Джамаль ад-Даббах (Ирак) – Инфинитезимальные методы на средневековом арабском Востоке	80
А.И. Володарский (СССР) – Математика в книгах "Шульба-сутра"	82
Menso Folkerts (West-Berlin) – Die Kenntnis der negativen Zahlen in Westeuropa bis zum 16. Jahrhundert	86
Shuntaro Ito (Japan) – On the medieval latin translation of the "Data" of Euclid	94
А.Ю. Сансур (Иордания), С.А. Бокатуева (СССР) – Новые исследования о математическом творчестве Сабита ибн Корры	99
Л.М. Карпова (СССР) – Трактат Сабита ибн Корры о сечениях цилиндра и о его поверхности	103
Э.С. Григорьян, Л.И. Довлатова (СССР) – Трактат Кутбэддина Ширази «О движении качения и об отношении между плоским и кривым»	106

Н.Г. Хайретдинова (СССР) – Источники тригонометрических трактатов ал-Бируни и исфаханского анонима	108
И.М. Муминов (СССР) – Об источниках материалистических тенденций в философии Средней Азии, Казахстана в X–XI и XIV–XV вв.	112
Mieczyslaw Markowski (Polen) – Die exakten Wissenschaften an der Krakauer Universität in XV Jahrhundert	116
М.М. Хайруллаев (СССР) – Фараби и некоторые вопросы развития естественнонаучного знания на средневековом Востоке	120
В.К. Кабулов, А.Ф. Файзуллаев (СССР) – Ал-Хорезми, алгоритмы и развитие кибернетики	122
A.G.Molland (Great Britain) – John Dumbleton and the status of geometrical optics	125
М.С. Булатов (СССР) – Архитектурная наука Востока – наука математическая	130
В.Н. Пипуныров (СССР) – Византия – родина механических часов	133
В.П. Щеглов (СССР) – Распространение "Зиджа" Улугбека в европейской печати	135
Claus Jensen (Denmark) – Abu Nasr Mansur's approach to spherical astronomy as developed in his treatise "The table of minutes"	138
А.Э.–А. Хатипов, А.У. Усманов (СССР) – Об астрономическом трактате Али Кушчи "Рисала дар фалакият" и комментарии к нему Муслих ад-Дина Ансари	139
Owen Gingerich (USA) – The forgeries of 'Abd al-'Imma's astrolabe	141
А.К. Таги-Заде (СССР) – Астролябии ас-Сагани, ал-Бируни, ас-Сиджизи и аз-Заркали	143
Henri Hugonnard-Roche (France) – Themon et Nicole Oresme	146
Ф. Зикриллаев, М. Саидмуратов, М. Усманов (СССР) – Вопросы физики в книге "Курази табии'ят" Ибн Сины	152
David C. Lindberg (USA) – Alkindi's theory of vision	154
Т.Д. Столярова (СССР) – Статика на средневековом Востоке в IX–XI вв.	160
S.Pines (Israël) – La place faite aux mathématiques dans la philosophie du moyen age	163
М. Шерматов (СССР) – Некоторые вопросы физики атмосферы в трудах Кутбэдина аш-Ширази	175
Е. Джаныбеков (СССР) – Музыкальная акустика у ал-Фараби	177
Ш.Е. Есенов, А.Х. Касымжанов (СССР) – Проблема классификации наук у ал-Фараби	180
Г.Б. Петросян (СССР) – Древнеармянские источники о градусном измерении земного меридиана	182
Gerhard Baader (West-Berlin) – Mathematische und alchemistische traktate, angeblich von Ricardus Anglicus	185
Н.И. Леонов (СССР) – Бируни – мобилист (идеи о горизонтальном перемещении "частей суши" у Бируни)	189
Бретаницкий (СССР) – Зодчий переднего Востока, XI–XVI вв.	192
Colette Sirat (France) – La fabrication des parchemins d'après les textes hébreux médiévaux	195
Nicholas H. Steneck (USA) – A late medieval debate concerning the primary organ of perception	198
John M. Riddle (USA) – The Latin alphabetical dioscrides	204
И.И. Каримов (СССР) – "Фармакогнозия" Абу Райхана Беруни и ее место в истории лекарственных наук на средневековом Востоке	109
Lynn White (USA) – The diffusion of the Lateen sail	212
Jerry Stannard (USA) – Eastern plants and plant products in medieval Germany	220
Arslan Terzioğlu (Türkei) – Die sektion in der islamischen Medizin, belegt durch die Handschriften der Bibliotheken in Istanbul	226
М.М. Рожанская (СССР) – О кинематических исследованиях на средневековом Востоке	231

Издание осуществлено способом офсетной печати с оригиналов, представленных Оргкомитетом XIII Международного конгресса по истории науки.

Текст докладов на английском, немецком, русском, французском языках публикуется с оригиналов, представленных авторами.

ТРУДЫ
XIII МЕЖДУНАРОДНОГО КОНГРЕССА
ПО ИСТОРИИ НАУКИ
Секция III, IV

Утверждено к печати
Институтом истории естествознания и техники
АН СССР

Редактор издательства Е.А.Мишакова
Технический редактор С.М.Бякерев

Подписано к печати 25/1-74 г, Формат 60x90 1/16
Усл.печ.л. 14,75. Уч.-изд.л. 15,77 Тираж 2500
Т - 01934 Бумага офсетная № 1 Тип.зак.927
Цена 99коп.

Книга издана офсетным способом

Издательство "Наука", 103717 ГСП,
Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
1-я типография издательства "Наука", 199034
Ленинград, В-34, 9-я линия, 12

99 коп.



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»